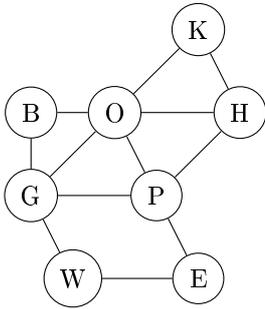


Devoir en temps libre n°12

Exercice 1

On modélise une partie du métro londonien par le graphe ci-dessous.



Les sommets du graphe représentent les stations suivantes :

- B : Bond Street
- E : Embankment
- G : Green Park
- H : Holborn
- K : King's Cross St Pancras
- O : Oxford Circus
- P : Piccadilly Circus
- W : Westminster

1. Préciser toutes les caractéristiques du graphe.
2. Déterminer le nombre de trajets pour se rendre de Westminster à King's Cross St Pancras en passant par trois stations (intermédiaires).
3. Donner la matrice d'adjacence de ce graphe.
4. Retrouver les résultats de la question 2. à l'aide de Python.
On précisera les commandes et le raisonnement.
5. Ce graphe est-il connexe? possède-t-il une chaîne eulérienne? un cycle eulérien?

Exercice 2 - exercice 26 de la feuille intégration

On pose, $\forall n \in \mathbb{N}, I_n = \frac{1}{n!} \int_0^1 (1-t)^n e^t dt$

1. Calculer I_0 et I_1
2. Montrer : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq I_n \leq \frac{e}{n!}$ et en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$
3. Montrer : $\forall n \in \mathbb{N}, I_{n+1} = I_n - \frac{1}{(n+1)!}$
4. Montrer : $\forall n \in \mathbb{N}, I_n = e - \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$
5. En déduire la valeur de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$