

~ Programme de révision pour les étudiants entrant en ECG1 maths approfondies ~

Un travail sérieux et continu en mathématiques pendant les grandes vacances est indispensable pour aborder dans de bonnes conditions le cours de prépa E.C.G. Il doit viser l'objectif suivant : une bonne maîtrise de l'ensemble du cours d'analyse, de probabilités et d'algèbre de Seconde, Première et Terminale et une grande maîtrise des calculs.

Pour vous entraîner, en plus des exercices niveau lycée que vous trouverez en ligne, vous pouvez commencer à utiliser le cahier de calcul que vous trouverez en libre accès sur le cahier de la classe référencé à l'adresse suivante : <https://cahier-de-prepa.fr/ecg1-lmb>.

Ce cahier regroupe des calculs portant sur différents chapitres des classes de lycée et de première année de prépa (ECG, BCPST, PCSI et MPSI). A vous de chercher en fonction de vos connaissances, les exercices qui s'y rapportent.

Réviser ne signifie pas uniquement relire ! Il faut pour chaque chapitre :

- contrôler que l'on sait par cœur les définitions, les propriétés, les théorèmes (en particulier les hypothèses des théorèmes)

- refaire les démonstrations des théorèmes

- refaire des exercices « types » pour vérifier si les techniques de base sont assimilées et pour développer réflexes et automatismes

Les références pour ce travail sont votre cours et vos livres, les ressources en ligne que vous pouvez télécharger gratuitement :

- <https://mathenpoche.sesamath.net/> : exercices en ligne.

- <https://manuel.sesamath.net/> : manuels à télécharger.

Voici les notions que vous devez revoir :

I Analyse

I.1 Suites réelles

- définitions usuelles : suite explicite ou récurrente, suite majorée, minorée, bornée, croissante, décroissante

- définition de la limite (réelle ou infinie) d'une suite ; convergence, divergence

- théorèmes d'opérations sur les limites

- théorèmes de comparaison

- limite et monotonie

- suites de référence

- suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométrique (c)

I.2 Fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R}

a) Limites et continuité d'une fonction

- différentes notions de limites

- limites des fonctions de référence, théorèmes de croissance comparée

- opérations sur les limites

- théorèmes de comparaison

- asymptotes horizontales et verticales

- continuité sur un intervalle

- théorème des valeurs intermédiaires, application aux fonctions continues strictement monotones

b) Calcul différentiel

- nombre dérivé en un point et tangente à la courbe
- fonction dérivée, dérivée des fonctions usuelles et formules de dérivation
- applications de la dérivation : sens de variation, extréma
- dérivée seconde, convexité, points d'inflexion

c) Étude pratique d'une fonction réelle d'une variable réelle

- fonctions usuelles : affines, carrée, polynômes de degré 2, cube, inverse, racine carrée, valeur absolue, sinus, cosinus, logarithme népérien, exponentielle
- réduction du domaine d'étude (parité, imparité, périodicité)
- étude du signe de la dérivée, tableau de variations, extrema
- position d'une courbe par rapport à une tangente, une autre courbe

I.3 Calcul intégral

- notion d'aire
- définition de l'intégrale sur un intervalle fermé borné d'une fonction continue de signe constant puis de signe quelconque
- propriétés de l'intégrale (linéarité, Chasles, positivité, comparaison)
- valeur moyenne
- primitives (définition, propriétés)
- primitives des fonctions usuelles, « lecture inverse » des théorèmes de dérivation
- primitives d'une fonction continue sur un intervalle $[a, b]$
- calcul d'intégrales à l'aide de primitives
- intégration par parties (spé)

II Algèbre et géométrie

II.1 Ensembles de nombres : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

- raisonnement par récurrence
- intervalles de \mathbb{R} , valeur absolue
- calcul sur les puissances entières et les racines carrées
- calcul numérique ou algébrique sur les fractions
- factorisation, développement
- utilisation des symboles mathématiques : \in, \subset, \cup, \cap et \sum
- équation et inéquation du premier degré
- équation du second degré, signe du trinôme
- équations et inéquations se ramenant au premier ou second degré

II.2 Trigonométrie

- formules de trigonométrie (addition et duplication) et « valeurs remarquables » des fonctions sinus et cosinus (à apprendre par cœur, il ne sera toléré à ce niveau aucune faiblesse)
- résolution d'équations et inéquations trigonométriques

II.3 Matrices (maths expertes)

- matrices carrées, colonnes, lignes
- opérations

- inverse d'une matrice carrée d'ordre 2 ou 3
- puissances d'une matrice carrée d'ordre 2 ou 3
- suite de matrices colonnes
- systèmes linéaires

III Dénombrement et Probabilités

- partitions ; dénombrement à l'aide de tableaux et arbres
- produit cartésien d'ensembles, k-listes (spé)
- k-listes sans répétition, permutations, $n!$ (spé)
- combinaisons (spé)
- univers, évènements, réunion, intersection, complémentaire, partition
- probabilité sur un univers fini
- probabilités conditionnelles, indépendance, formule des probabilités totales
- variable aléatoire discrète : loi de probabilité, espérance, variance, écart-type
- somme de variables aléatoires (spé)
- inégalité de Bienaymé Tchebychev. Loi des grands nombres (spé)
- loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale, loi géométrique (c)
- coefficients binomiaux, triangle de Pascal
- lois à densité sur un intervalle : densité, fonction de répartition, espérance et variance (c)
- loi uniforme sur $[a, b]$, loi exponentielle (c)

IV Informatique : le langage Python

- instructions élémentaires : affectation, calcul, entrée, sortie
- les variables : type booléen, entier, flottant, chaîne de caractères
- instruction conditionnelle.
- boucle bornée (**for**) et non bornée (**while**)
- fonction à un ou plusieurs arguments
- fonction renvoyant un nombre aléatoire

Remarque :

La première ou deuxième semaine de la rentrée, vous aurez un devoir sur table de mathématiques de 4 heures portant sur tout le programme de révision et plus particulièrement sur les points suivants :

- Calcul (parenthésage, fractions, développement, factorisation).
- Équations et inéquations. (produits, quotient, second degré).
- Suites : définition explicite (terme général) ou par une relation de récurrence, suites arithmétiques et géométriques, monotonie, limite (notamment de q^n).
- Étude de fonctions :
 - Fonctions usuelles : carré, cube, puissance n , inverse, racine carrée, exp et ln.
 - Dérivation et étude des variations.
- Probabilités : calcul de probabilités, probabilités conditionnelles, arbres pondérés, variables aléatoires, loi binomiale.

Bon courage et bonnes vacances.

Isabelle LESAGE

(c) : pour ceux qui ont suivi maths complémentaires (spé) : pour ceux qui ont suivi spécialité maths