Programme

- Suites : Révisions de première année.
- Suites récurrentes de type $u_{n+1} = f(u_n)$: Méthodologie, cas particulier où f est croissante, étude des points fixes, vitesse de convergence.
- Intégrations : Révisions de première année, définitions intégrales impropres en $+\infty$ et en $-\infty$, calcul direct, intégrales d'exponentielle et de Riemann. (Les intégrales doublements impropres seront aux programmes de la semaine prochaine)

Questions de cours

1. Un jeu de hasard sur ordinateur est paramétré de la façon suivante :
   - Si le joueur gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la partie suivante est $\frac{1}{4}$;
   - Si le joueur perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est $\frac{1}{2}$;
   - La probabilité de gagner la premier partie est $\frac{1}{4}$.

   Pour tout entier naturel n non nul, on note G_n l'évènement "La n-ème partie est gagnée" et on note p_n la probabilité de cet évènement. Exprimer sous forme explicite p_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et étudier la convergence de $(p_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$. (TD 1, Exercice 4 (Questions 2,4,5))
2. On considère la suite $\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{3}{u_n}\right) \end{cases}$. On admet que $x \mapsto \frac{1}{2}\left(x + \frac{3}{x}\right)$ est croissante sur $[\sqrt{3}, +\infty[$. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [\sqrt{3}, +\infty[$. (Exemples 1.2.3 et 1.2.7)
3. On considère la même suite que dans la question précédente que l'on admet. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \sqrt{3}| \leq \frac{5}{2^n}$. (Exemple 1.2.25 + Calcul de $f(\sqrt{3})$)
4. Énoncé et preuve du critère de convergence des intégrales d'exponentielles. (Théorème 2.2.8)
5. Énoncé et preuve du critère de convergence des intégrales de Riemann. (Théorème 2.2.11)
6. Étude de l'intégrale impropre $\int_0^{+\infty} \frac{du}{u^2+3u+2}$. (TD 2, Exercice 4)