Programme

— Intégrations. Calcul direct, intégrales d'exponentielle et de Riemann. Intégrales doublements impropres. De la maitrise et de l'efficacité est attendu à présent.

— Espace vectoriel réel de dimension fini. Exemples fondamentales, notion de sous-espace vectoriel. Sous-espace vectoriel engendré, notion de rang. Familles libres et génératrices. Bases et bases canoniques.

Questions de cours

1. Étude de l'intégrale doublement impropre $\int_{-\infty}^{+\infty} xe^{-|x|}dx$. (Exemples 2.2.26 et 2.2.29)
2. Énoncer la définition d'un sous-espace vectoriel et démontrer que l'ensemble des matrices diagonales de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. (Définition 3.2.1 et exemple 3.2.3.2)
3. Soit F et G deux sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel réel E. Montrer que $F \cap G$ est un sous-espace vectoriel de E. (TD 3, Exercice 2)
4. Montrer que la famille $\{(1, -1, 2), (2, 1, -1)(-1, -5, 8)\}$ n'est ni libre ni génératrice de $\mathbb{R}^3$. Calculer le rang de cette famille. (TD 3, Exercice 10 Q1 + Bonus)
5. Citer la définition/propriété sur les polynômes échelonnées puis montrer que $\{1, x-1, (x-1)^2\}$ est une base de $\mathbb{R}_2[x]$. En déduire les coordonnées de $x^2 + x + 1$ dans cette base. (Propriété 3.3.19 et TD 3, Exercice 12 Q1)
6. Soit $F = \{M \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid AM = MA\}$ où $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Déterminer une base et la dimension de F (TD 3, Exercice 14 questions 1& 2)