

*DS 02 - Espaces vectoriels*

▷ **Exercice 1 :** On considère la famille  $\mathcal{B} = \{(1, -1, 2), (2, 1, -1), (-1, -5, 8)\}$  de  $\mathbb{R}^3$ .

1. Montrer que  $\mathcal{B}$  n'est pas libre.
2. Montrer que  $\mathcal{B}$  n'est pas génératrice de  $\mathbb{R}^3$  et calculer le rang de la famille  $\mathcal{B}$ .

▷ **Exercice 2 :** On considère la famille  $\mathcal{B} = \{2x^2 + 3x + 1, -x^3 + x^2 + 3, 3x - 1, 1\}$  de  $\mathbb{R}_3[x]$ .

1. Montrer que la famille  $\mathcal{B}$  est une base de  $\mathbb{R}_3[x]$ .
2. Exprimer  $x^3 + 7x^2 + 18x - 6$  dans la base  $\mathcal{B}$ .

▷ **Exercice 3 :** Soit  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ . On pose

$$E_2 = \{X \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R}) \mid AX = 2X\}.$$

1. Montrer que  $E_2$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ .
2. On suppose à présent que  $n = 3$  et  $A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & 5 \\ -9 & 23 & 15 \\ 12 & -28 & -18 \end{pmatrix}$ . Déterminer une base de  $E_2$ .