Programme

- Séries numériques. Révisions de première année. Convergence absolue. Séries à termes positifs : Généralités, théorème de comparaison (inégalité, relation de négligeabilité et équivalents)
- Applications linéaires. Définition, notion d'endomorphismes, d'isomorphismes et d'automorphismes. Règles de calculs usuels. Image et noyau. Lien avec la dimension.Rang et Théorème du rang. Utilisation des bases.
  (Les matrices d'applications linéaires seront au programme seulement la semaine prochaine.)

Questions de cours

1. Convergence et calcul de la somme de la série $\sum_{n\geq 0} \frac{n^3+2n^2-4n+1}{n!}$ après avoir montrer que la famille $\{1, x, x(x-1), x(x-1)(x-2)\}$ est une base de $\mathbb{R}_3[x]$.
2. Énoncé et démonstration du théorème des séries de Riemann (Théorème 6.2.2)
3. Énoncé tout les résultats de comparaisons sur les séries à termes positifs. (Propriété 6.2.5, corollaire 6.2.6 et théorèmes 6.2.8 et 6.2.11)
4. Définitions du noyau et de l'image. Preuve qu'il s'agit d'espaces vectoriels. (Définition 7.2.1, propriété 7.2.3, définition 7.2.8 et propriété 7.2.10)
5. Soit h l'application définie sur $\mathbb{R}_2[x]$ par pour tout $P \in \mathbb{R}_2[x]$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$h(P)(x) = xP(x+1) - (x+1)P(x).$$
   Montrer que h est une application linéaire puis déterminer $\ker(h)$ et $Im(h)$. (TD 07, exercice 1 question 2 et morceaux de l'exercice 3)
6. Soit $f \ : \ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \mapsto & (x+3y+3z, y, x-3y-z) \end{array}$. Montrer que f est un endomorphisme puis en explicitant $g := f^3 - f^2 - 4f$ montrer que f est un automorphisme. Expliciter f^{-1}. (TD 07, exercice 2)