Programme de colle 23
Semaine du 6 avril 2026

Chapitre 20 : Théorie des graphes

- **Cours à connaître**
  - ✔ Vocabulaire : Graphe orienté / non orienté, ordre d'un graphe, degré d'un sommet, sommets adjacents, graphe connexe, chemin / chaîne
  - ✔ Lemme d'Euler ou des poignées de mains et son corollaire
  - ✔ Matrice d'adjacence
  - ✔ Théorème sur la matrice d'adjacence et le nombre de chemins
  - ✔ Caractérisation de la connexité avec la matrice d'adjacence
- **Exercices type**
  - ✔ Construire un graphe à partir d'un énoncé
  - ✔ Utiliser le lemme d'Euler.
  - ✔ Écrire la matrice d'adjacence d'un graphe / tracer un graphe en connaissant sa matrice d'adjacence.
  - ✔ Déterminer le nombre de chemins de longueur d entre deux sommets donnés (utiliser les puissances de la matrice).
  - ✔ Montrer qu'un graphe est connexe en utilisant la caractérisation avec la matrice d'adjacence.

Chapitre 21 : Séries

- **Cours à connaître**
  - ✔ Définition série, somme partielle
  - ✔ Nature d'une série : converger et diverger.
  - ✔ Connaître la propriété de linéarité des séries convergentes.
  - ✔ Condition nécessaire de convergence : (u_n) doit converger vers 0 + contraposée et divergence grossière.
  - ✔ Convergence d'une série à termes positifs + théorème de comparaison pour les séries.
  - ✔ Définition convergence absolue + CVA $\Longrightarrow$ CV
  - ✔ Séries usuelles : géométriques, exponentielle et Riemann (formules à connaître par coeur)
- **Exercices type**
  - ✔ Déterminer si une série $\sum u_k$ converge :
    - — Utiliser la divergence grossière
    - — Étudier la suite des sommes partielles $\sum_{k=0}^{n} u_k$ et déterminer sa limite
    - — Se ramener aux séries de référence (géométrique et dérivées, exponentielle Riemann). Faire un changement d'indice et utiliser la relation de Chasles si besoin.

— Connaître l'astuce $k^2 = k(k-1) + k$ pour les séries géométriques et dérivées.

— Penser au théorème de comparaison pour les séries à termes positifs.

— Utiliser la convergence absolue (peu utilisé en cours, nécessitera des indications)

✔ Exercice guidé : Étudier une série à la place d'une suite. Pour étudier une suite (u_n), il arrive qu'il soit plus simple d'étudier la série de terme général $u_{n+1} - u_n$. En effet, on a l'égalité

$$u_n = u_0 + \sum_{k=0}^{n-1} (u_{k+1} - u_k).$$

✔ Exercice plus long et guidé de manipulation de suites et séries

Python : simulation d'expériences aléatoires

Il faut connaitre les commandes de base pour générer des nombres aléatoires :

— Importer la librairie Random : `import numpy.random as rd`

— Créer un nombre aléatoire de $[0;1[$: `rd.random()`

— Créer un vecteur de n nombres aléatoires de $[0;1[$: `rd.random(n)`

— Créer un entier aléatoire entre p et n : `rd.randint(p, n+1)` (attention : comme dans `range`, la dernière valeur n'est pas comptée). On peut aussi ajouter un paramètre pour avoir un vacteur avec plusieurs entiers, par exemple `rd.randint(1,4,10)` donne 10 entiers entre 1 et 3.

Il faut savoir les utiliser pour simuler une expérience aléatoire : lancer de dé, Pile ou Face, ou plusieurs expériences simultanées.

➢ Écrire une fonction `Piece` qui simule un lancer de pièce à Pile ou Face

```
import numpy.random as rd
def Piece() :
    alea = rd.random()
    if alea < 1/2 :
        return "Pile"
    else :
        return "Face"
```

Autre version :

```
import numpy.random as rd
def Piece() :
    alea = rd.randint(1,3) # entier aléatoire = à 1 ou 2
    if alea == 1 :
        return "Pile"
    else :
        return "Face"
```

➢ Écrire une fonction `De` qui prend un entier n en paramètre et simule un lancer de n dés

```
import numpy.random as rd
def De(n) :
    alea = rd.randint(1,7,n)
    return alea
```