

Programme de colle 25

Semaine du 4 mai 2026

Chapitre 22 : Dérivation

➤ Cours à connaître

- ✓ Définition de dérivabilité en un point avec la limite du taux d'accroissement $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- ✓ Dérivable implique continue + contraposée.
- ✓ Limites des 3 taux d'accroissement usuels
- ✓ Dérivée à droite et à gauche
- ✓ Interprétation graphique : tangente, tangente verticale et point anguleux.
- ✓ Fonction dérivée
- ✓ Connaître les dérivées usuelles (avec x et avec u).
- ✓ Dérivée et sens de variations.
- ✓ Inégalité des accroissements finis

➤ Exercices type

- ✓ Déterminer le domaine de dérivabilité d'une fonction.
- ✓ Dériver des fonctions.
- ✓ Étudier la dérivabilité en un point.
- ✓ Étudier les variations d'une fonction.
- ✓ Exercice plus long et guidé : Utiliser l'inégalité des accroissements finis (avec application aux suites.)

Chapitre 23 : Probabilités sur un univers infini

➤ Cours à connaître

- ✓ Intersection et union dénombrables : définition + formules de Morgan
- ✓ Définition d'une probabilité + propriétés
- ✓ Définition + Théorème probabilité conditionnelle
- ✓ Formule des probabilités composées
- ✓ s.c.e + formule des probabilités totales
- ✓ Formule de Bayes
- ✓ Événements mutuellement indépendants

➤ Exercices type

- ✓ Traduire un événement avec des intersections et des unions
- ✓ Utiliser la formule des probabilités composées, totales ou celle de Bayes.

- ✓ Exercice-type : On lance indéfiniment une pièce jusqu'à obtenir Face. Si le premier Face apparaît au rang k , on tire alors une boule dans une urne qui contient k boules numérotées de 1 à k .
On note F_k : « le premier Pile apparaît au rang k » et B_k : « on tire la boule k ».
Question possibles : déterminer des probabilités conditionnelles, écrire des événements, déterminer $P(B_k)$...

Nous avons eu 2 séances sur ce chapitre, les étudiants auront peut-être besoin d'un coup de pouce. Et au vu du nombre de séances qui restent d'ici la fin de l'année, nous n'aurons pas le temps de revenir dessus en cours. Le travail en colle est d'autant plus précieux!

Python : Fonctions et suites

En question de cours il faut savoir :

- Écrire une fonction Python renvoyant l'image d'un nombre x par une fonction f donnée.
- Écrire une fonction Python renvoyant le n^e terme d'une suite définie explicitement ou par une relation de récurrence .

En exercices de programmation on peut :

- Coupler les deux méthodes, par exemple définir une fonction $f(x) = x^2 - x$ puis la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$
- Écrire une fonction en Python qui calcule le n^e terme d'une suite (définie explicitement ou par une relation de récurrence); puis une fonction de recherche de seuil (trouver le premier entier n tel que $u_n > 1000$ par exemple)
- Écrire une fonction qui prend un entier n en paramètre et renvoie le terme u_n d'une suite définie par une relation plus complexe :
 - relation de récurrence d'ordre 2, par exemple $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$
 - une relation mêlant le terme et l'indice, par exemple $u_{n+1} = 3u_n + n^2$
- Une fonction définie par morceaux, par exemple $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$