

Programme de colle 28

Semaines du 15 juin 2026

Chapitre 26 : Espaces vectoriels

➤ Cours à connaître

- ✓ Combinaison linéaire d'une famille de vecteurs
- ✓ Sous-espace vectoriel (définition ou caractérisation)
- ✓ Définition du Vect (= sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs)
- ✓ Ensemble des solutions d'un système linéaire homogène
- ✓ Famille génératrice. Famille libre / liée.
- ✓ Caractérisation des familles libres à un ou deux éléments (vecteur non nul / vecteurs non colinéaires)
- ✓ Bases d'un ev + unicité de la décomposition.
- ✓ Matrice des coordonnées dans la base \mathcal{B} d'un vecteur (élément de $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$).
- ✓ Base canonique de \mathbb{R}^n
- ✓ Dimension d'un ev : définition
- ✓ Nombre de vecteurs familles libres, génératrices et bases d'un sev de dimension n .
- ✓ Toute famille libre (ou génératrice) de n vecteurs dans un sev de dimension n est une base.

➤ Exercices type

- ✓ Montrer qu'un espace est un sev de \mathbb{R}^n en l'écrivant comme un Vect.
Au lieu d'utiliser la définition d'un sous-espace vectoriel, on passera toujours par la forme $\text{Vect}(u_1, u_2, \dots)$, méthode plus rapide.
- ✓ Donner une base d'un espace vectoriel (l'écrire sous forme de Vect, ce qui donne une famille génératrice puis regarder si la famille est libre et « enlever » au besoin les vecteurs combinaisons linéaires des autres vecteurs.)
- ✓ Montrer qu'une famille est libre ou liée.
- ✓ Montrer qu'une famille est génératrice, libre ou liée.
- ✓ Montrer qu'une famille est une base. (Penser à la dimension pour se simplifier le travail.)
- ✓ Déterminer les coordonnées de vecteurs dans une nouvelle base. (Note aux colleurs. Peu travaillé en cours, donner des indications si besoin)

Chapitre 27 : Lois discrètes usuelles

➤ Cours à connaître

- ✓ v.a certaine et presque sûre + espérance et variance
- ✓ loi uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$ + espérance et variance
- ✓ loi uniforme sur $\llbracket a, b \rrbracket$ + espérance et variance

- ✓ loi de Bernoulli + espérance et variance
- ✓ loi binomiale + espérance et variance
- ✓ loi géométrique + espérance et variance
- ✓ loi de Poisson + espérance et variance

➤ **Exercices type**

- ✓ Reconnaître une loi usuelle à partir d'un problème.
- ✓ Déterminer espérance / variance ou calculer des probas après avoir reconnu la loi.

Python : Fonctions et suites

En question de cours il faut savoir :

- Écrire une `fonction` Python renvoyant l'image d'un nombre x par une fonction f donnée.
- Écrire une `fonction` Python renvoyant le n^e terme d'une suite définie explicitement ou par une relation de récurrence .

En exercices de programmation on peut :

- Coupler les deux méthodes, par exemple définir une fonction $f(x) = x^2 - x$ puis la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$
- Écrire une fonction en Python qui calcule le n^e terme d'une suite (définie explicitement ou par une relation de récurrence) ; puis une fonction de recherche de seuil (trouver le premier entier n tel que $u_n > 1000$ par exemple)
- Écrire une fonction qui prend un entier n en paramètre et renvoie le terme u_n d'une suite définie par une relation plus complexe :
 - relation de récurrence d'ordre 2, par exemple $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$
 - une relation mêlant le terme et l'indice, par exemple $u_{n+1} = 3u_n + n^2$
- Une fonction définie par morceaux, par exemple $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x} & \text{si } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1} & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Note aux colleurs. Les étudiants ont déjà travaillé en colle sur ce thème, n'hésitez pas à ajouter de la complexité (recherche de seuils, créer une liste des n premiers termes d'un suite...)