

Programme de colle semaine 5 – Matrice

Questions de cours / exercices

Une question au choix de l'examineur :

1. Donner la formule de A^n , avec $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ à l'aide du binôme de Newton (ou toute matrice similaire).
2. Exprimer A^{-1} en fonction de A si A est une matrice vérifiant $A^3 - 5A^2 + 4A + 3I_n = 0$ (ou tout polynôme similaire, au choix de l'examineur)
3. Énoncer la formule de $[C]_{ij}$, où $C = AB$, $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$ et $B = (b_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$.
4. Si $P^{-1}AP = D$, démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n = PD^nP^{-1}$
5. Soient A, B deux matrices qui commutent. Démontrer par récurrence que, pour tout $p \in \mathbb{N}$, $AB^p = B^pA$
6. Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 2^n - 3^n \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$. (ou toute récurrence "facile" choisie par l'examineur).

Reprise de la semaine précédente

Matrices

- On a vu : Somme, linéarité de la somme, associativité
- Produit matriciel, associativité, non commutativité
- Matrice qui commutent
- Multiplication par un scalaire d'une matrice
- Transposée (et $(AB)^T = B^T A^T$)
- La notion de puissance de matrice
- La définition de matrice symétrique et anti symétrique
- Produit de deux matrices diagonales (et de matrices triangulaires)
- Inverse d'une matrice, inverse de tA , inverse de AB , inverse de A^p .
- Inverse d'une matrice diagonale
- Inverse et forme de l'inverse d'une matrice triangulaire
- Polynôme de matrice, et lien pour trouver A^{-1}
- Binôme de Newton sur les matrices.