Programme de colle semaine 7 – Ensemble et dénombrement

Pendant la colle, l'examinateur posera une question (ou plus) d'inclusion / d'égalité d'ensemble pour voir si l'étudiant maîtrise la technique et comprend ce que signifie "appartenir à $\{x \in E : P(x)\}$" et "appartenir à $\{f(x) : x \in E\}$.

Questions de cours / exercices

Une (ou plusieurs) question au choix de l'examinateur :

1. Déterminer u_n en fonction de n lorsque $u_0 = 1$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ (ou toute suite récurrente linéaire d'ordre 2 au choix de l'examinateur).
2. Déterminer u_n en fonction de n lorsque $u_0 = 1$, $u_{n+2} = 2u_{n+1} - 3$ (ou toute suite arithmético-géométrique au choix de l'examinateur).
3. Déterminer la limite de $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. (ou une limite plus simple)
4. Énoncer les croissances comparées / les utiliser dans un exemple concret
5. Démontrer que deux suites sont adjacentes (l'exemple basique est : on pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^k}{k}$. Démontrer que (S_{2n}) et (S_{2n+1}) sont adjacentes).
6. Une démonstration d'inclusion / d'égalité d'ensemble. Je propose : On note $\varphi : M \to M +^t M$. On note $A = \{M \in \mathcal{M}(\mathbb{R}) : \varphi(M) = 2M\}$. Démontrer que $S_n(\mathbb{R}) = A$.
7. Dénombrer une situation simple (le nombre de main de 5 cartes d'un jeu de 52 cartes, par exemple).
8. Démontrer que $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Reprise de la semaine précédente

Ensemble et dénombrement

— Distributivité de l'union sur l'intersection, et réciproquement
— Définir des ensembles en paramétrisation ($\{f(x) : x \in E\}$), et savoir démontrer qu'un élément appartient à cet ensemble.
— Définir des ensembles en compréhension ($\{x \in E : P(x)\}$), et savoir démontrer qu'un élément appartient à cet ensemble.
— Formule du crible à 2 et 3 ensembles (conformément au programme...)
— Démontrer une égalité d'ensemble, une inclusion d'ensemble
— $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E
— Union, intersection de deux et de n ensembles
— Partition
— Différentes situations de dénombrement (k-uplets, k-uplets d'éléments distincts, permutation, choix sans ordre de k éléments parmi n)
— Injectivité et surjectivité d'applications. On a vu ce qu'était les prolongement et restriction, mais n'avons pas fait d'exemples très concrets (en attendant le chapitre sur la continuité...)