

Colle 10 : bijection et début des systèmes

Semaine du 16 décembre 2024

Déroulement de la colle :

- Une question de cours sur le chapitre 7 (Composition, bijection, exp et ln)
- Résoudre un système avec 3 inconnues et 3 équations dont l'ensemble des solutions est infini.
Utiliser obligatoirement la méthode du pivot de Gauss, indiquer les pivots choisis et les opérations faites sur les lignes.
Ecrire l'ensemble des solutions sous forme ensembliste, par exemple : $S = \{(x, 2x, 3x + 1), x \in \mathbb{R}\}$. (Pour les colleurs, la notation Vect n'a pas encore été vue)
- uniquement des Exercices sur le chapitre 7 (composition et bijection et résolutions d'équations avec ln et exp)

Questions de cours :

- Définition de $f \circ g$ et domaine de définition théorique de $f \circ g : x \in \mathcal{D}_{f \circ g} \iff (x \in \mathcal{D}_g \text{ et } g(x) \in \mathcal{D}_f)$.
Illustration sur un exemple simple donné par l'étudiant comportant la fonction ln (voir cours ou TD)
- La fonction exponentielle : graphique, domaine de définitions, ensemble des valeurs prises, monotonie, propriétés calculatoires. (pas encore de limites)
- La fonction logarithme népérien : graphique, domaine de définitions, ensemble des valeurs prises, monotonie, propriétés calculatoires. (pas encore de limites)
- Définition d'une bijection de I dans J . Illustration graphique avec des "patatoïdes" et ensuite avec un graphique pour une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
(facultatif, seulement sur proposition de l'étudiant) Définition d'une injection de I dans J , d'une surjection de I dans J
- Si f est une bijection de I dans J alors il existe une fonction appelée "fonction réciproque" de la fonction f que l'on note f^{-1} et qui vérifie les propriétés suivantes :
 - f^{-1} est une bijection de J dans I
 - Pour tout $x \in I$ et pour tout $y \in J$: $y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$
 - $\forall x \in I, f^{-1} \circ f(x) = x$ et $\forall y \in J, f \circ f^{-1}(y) = y$
 - Dans un repère orthonormé, la courbe représentative de f^{-1} est la symétrique de la courbe représentative de f par rapport à la première bissectrice (qui est la droite d'équation $y = x$).

Programme détaillé :

- Chapitre 7 : composition, bijection et réciproque
Tout le chapitre.
- Chapitre 8 : système linéaire (seulement la séance 1)
Définition d'un p-uplet, d'un système linéaire, définition de résoudre un système, système de Cramer.
Un système linéaire admet soit aucune solution, soit une unique solution, soit une infinité de solutions.
Règles générales de rédaction d'un système
Résolution d'un système échelonné, résolution d'un système linéaire par la méthode du pivot de Gauss

Indications/commentaires importants pour les étudiants et les colleurs :

- **Toute question de cours non maîtrisée entrainera une note en dessous de la moyenne.**
- Pour montrer qu'une fonction est une bijection, on utilisera exclusivement la définition. Les exercices peuvent porter sur des fonctions numériques, sur des fonctions dont on connaît uniquement le graphique ou sur des fonctions issus d'exemples concrets.