

Colle 12 : les graphes

Semaine du 12 janvier 2026

Déroulement de la colle :

- Une question de cours sur le chapitre sur les graphes
- **Une question de cours d'informatique sur les matrices en Python (séance 11)**
- Exercice d'application directe du cours sur les graphes et les matrices d'adjacences.
Si cela est bien traité, on pourra aborder soit un algorithme de Dijkstra soit des études de centralité (degré, proximité, intermédiarité) soit des questions d'informatique.

Questions de cours sur les graphes :

- Degré d'un sommet, formule d'Euler (ou des poignées de mains), conséquences : la somme des degrés est paire et il y a un nombre pair de sommets de degré impair.
- Un graphe d'ordre n possède $\frac{n(n-1)}{2}$ arêtes (démonstration sur proposition de l'étudiant)
- Matrice d'adjacence : définition, trouver la matrice d'adjacence d'un graphe donné et dessiner un graphe dont on connaît la matrice d'adjacence.
Propriétés immédiates d'une matrice d'adjacence dans le cas d'un graphe non orienté, d'un graphe sans boucle et d'un graphe complet.
- Chaîne et longueur de chaîne : définition. Lien entre la matrice d'adjacence à la puissance d et le nombre de chaînes de longueur d d'un graphe.
- Graphe connexe : définition et caractérisation d'un graphe connexe grâce à sa matrice d'adjacence.

Questions de cours sur les matrices en Python :

Le colleur demande deux commandes sur les matrices en Python parmi les commandes à retenir figurant sur la première page du pdf de la séance 11 d'informatique (voir cahier de prépa)

Programme détaillé :

- Chapitre 10 : Graphe (en entier)
 - Définition et vocabulaire : graphe (non orienté et non pondéré), sommet, sommet isolé, arête, boucle, ordre d'un graphe, graphe simple, graphe complet
 - Degré d'un sommet, formule d'Euler (ou des poignées de mains), conséquences : la somme des degrés est paire, il y a un nombre pair de sommets de degré impair.
 - Un graphe d'ordre n possède $\frac{n(n-1)}{2}$ arêtes.
 - Matrice d'adjacence : définition, trouver la matrice d'adjacence d'un graphe donné et dessiner un graphe dont on connaît la matrice d'adjacence.
Propriétés immédiates d'une matrice d'adjacence dans le cas d'un graphe non orienté, d'un graphe sans boucle et d'un graphe complet.
 - Chaîne et longueur de chaîne : définition. Lien entre la matrice d'adjacence à la puissance d et le nombre de chaînes de longueur d d'un graphe.
 - Graphe connexe : définition et caractérisation d'un graphe connexe grâce à sa matrice d'adjacence.
 - Graphes orientés, degré entrant, sortant, degré total
 - Graphe pondéré, algorithme de Dijkstra
 - Introduction à l'analyse des réseaux sociaux et des recherche d'influenceur : centralité de degré, centralité de proximité et centralité d'intermédiarité.