

Colle 13 : graphes et variables aléatoires finies (sans les 3 usuelles)

Semaine du 19 janvier 2026

Déroulement de la colle :

- Une question de cours de mathématiques sur les graphes
- Trois commandes d'informatique sur les matrices : le colleur demande trois commandes sur les matrices en Python parmi les commandes à retenir figurant sur la première page du pdf de la séance 11 d'informatique (voir cahier de prépa dossier "informatique")
- Une question de cours sur les variables aléatoires.
- Une démonstration calculatoire sur la variance parmi les 3 suivantes : Soit X une variable aléatoire et a une constante.
 1. En partant de la définition de la variance $V(X) = E\left((X - E(X))^2\right)$, montrer que $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$.
 2. Montrer que $V(aX) = a^2V(X)$
 3. Montrer que $V(X + a) = V(X)$.
- Exercice(s) sur les variables aléatoires finies type "sujet de concours" (voir exercice 10 du TD) mais **sans loi usuelle** : trouver une loi dans une situation où apparaît un paramètre n tirages, n jetons ou suite de variable aléatoire....

Questions de cours sur les graphes :

- Degré d'un sommet, formule d'Euler (ou des poignées de mains), conséquences : la somme des degrés est paire et il y a un nombre pair de sommets de degré impair.
- Un graphe d'ordre n possède $\frac{n(n-1)}{2}$ arêtes (démonstration sur proposition de l'étudiant)
- Matrice d'adjacence : définition, trouver la matrice d'adjacence d'un graphe donné et dessiner un graphe dont on connaît la matrice d'adjacence.
Propriétés immédiates d'une matrice d'adjacence dans le cas d'un graphe non orienté, d'un graphe sans boucle et d'un graphe complet.
- Chaîne et longueur de chaîne : définition. Lien entre la matrice d'adjacence à la puissance d et le nombre de chaînes de longueur d d'un graphe.
- Graphe connexe : définition et caractérisation d'un graphe connexe grâce à sa matrice d'adjacence.

Questions de cours sur les variables aléatoires :

- Définition de la loi d'une variable aléatoire finie.
- Définition de l'espérance d'une variable aléatoire finie et interprétation d'une espérance
- Propriétés calculatoires (admisses) d'une espérance : espérance d'une constante, linéarité et $E(X^2)$.
- Définition de la variance $V(X) = E\left((X - E(X))^2\right)$, l'interprétation de la variance.

Programme détaillé :

- Chapitre sur les graphes : en entier
- Chapitre sur les probabilités : à réviser, notamment la formule des probabilités totales.
- Chapitre sur les variables aléatoires : séances 1 à **(PAS ENCORE les lois usuelles)**
Définition d'une variable aléatoire, de l'ensemble des valeurs prises et de la loi.
Espérance : définition, interprétation et propriétés calculatoires (voir question de cours), formule de transfert
Variance : définition, interprétation et propriétés calculatoires (voir question de cours)
Pas encore les lois usuelles

Pour les colleurs :

- Seulement des variables aléatoires finies, pas encore de lois usuelles.
- Pas de fonction de répartition dans le cours.
- Soyez toujours exigeant sur la rédaction et l'utilisation des formules vues en probabilité.