

Programme de colle 14 : variables aléatoires finies (avec les 3 VA usuelles)

Semaine du 26 janvier 2026

Déroulement de la colle :

- Deux questions de cours sur les variables aléatoires finies : une sur les notions générales (questions 1 à 3) et une sur les variables usuelles (questions 4 à 6)
- Exercice(s) sur les variables aléatoires finies type "sujet de concours" (reconnaître une loi usuelle, trouver une loi dans une situation où apparaît un paramètre : n tirages, n jetons ou suite de variable aléatoire.... voir exercice 10 du TD).

Questions de cours sur les variables aléatoires :

1. Définition de la loi d'une variable aléatoire finie.
Formule permettant de calculer l'espérance d'une variable aléatoire finie, l'interprétation d'une espérance et les propriétés calculatoires (admisses) d'une espérance : espérance d'une constante, linéarité et $E(X^2)$.
2. Définition de la variance $V(X) = E((X - E(X))^2)$
Interprétation de la variance et **démontrer** que $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$.
3. Propriétés calculatoires suivantes de la variance : si X est une variable aléatoire et a une constante alors $V(aX) = a^2V(X)$ et $V(X + a) = V(X)$ et démontrer par le calcul au moins une des deux formules (choix laissé à l'étudiant)
4. Définition de la loi uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$ (valeurs prises et probabilité), donner des exemples concrets, donner par coeur la valeur de l'espérance et de la variance avec démonstration pour l'espérance.
5. Démonstration de la formule donnant la variance de la loi uniforme $\llbracket 1, n \rrbracket$.
6. Définition des deux lois : loi de Bernoulli de paramètre p et loi binomiale de paramètre $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0, 1]$: commencer par la simulation (on répète n fois une expérience aléatoire, les répétitions étant faite de manière indépendante, X désigne le nombre de fois où un événement A de probabilité p est réalisé au cours de ces n répétitions), puis en déduire l'ensemble des valeurs prises et donner la formule $P(X = k)$ (démonstration non demandée mais savoir expliquer d'où vient chaque terme), enfin valeur de l'espérance et de la variance (par coeur, admises, démontrées seulement dans le chapitre sur les couples).

Programme détaillé : tout le chapitre sur les variables aléatoires

- Chapitre sur les probabilités : à réviser, notamment la formule des probabilités totales.
- Chapitre sur les variables aléatoires :
Définition d'une variable aléatoire, de l'ensemble des valeurs prises et de la loi.
Espérance : définition, interprétation et propriétés calculatoires (voir question de cours), formule de transfert
Variance : définition, interprétation et propriétés calculatoires (voir question de cours)
3 Loi usuelles : Loi uniforme sur $\llbracket 1; n \rrbracket$, loi de Bernoulli et loi binomiale. Définition, reconnaître dans une situation concrète, espérance et variance à connaître PAR COEUR.

Pour les colleurs :

- Seulement des variables aléatoires finies.
- Pas de fonction de répartition dans le cours.