

Colle 15 : limites de suites

Semaine du lundi 02 février 2026

Au moins une question d'informatique obligatoire .

Déroulement de la colle :

- Une question de cours sur les limites de suites
- Un calcul simple de limite de suite définie explicitement avec une Forme indéterminée à lever avec les techniques vues en classe (factorisation, quantité conjuguée, croissances comparées). Pas de difficulté supérieure à celle de l'exercice 1 du TD. Si c'est plus difficile, des indications seront données. La limite d'une fonction composée n'a pas encore été revue ni le "changement de variables".
- Dans le ou les exercices, il y aura obligatoirement :
 - au moins une question d'informatique demandant de créer une fonction prenant en entrée un entier n et renvoyant u_n pour une suite (u_n) définie par récurrence
 - une question utilisant la commande `while` pour illustrer la limite infinie d'une suite (seuil) (revoir séance 7 et séance 13)

Question de cours sur les limites de suites.

- Définition d'une suite convergente et d'une suite divergente. Exemples graphiques.
Toute suite convergente est bornée mais la réciproque est fausse.
- Donner les 4 Formes indéterminées vues en classe. Un exemple simple de trois FI qui se simplifient de manière évidente et qui ont 3 limites différentes.
- Limites des croissances comparées en $+\infty$:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(e^n)^\alpha}{n^\beta} \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\alpha}{(\ln(n))^\gamma} \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{q^n}{n^\alpha} \text{ pour } q > 1 \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n \times n^\alpha \text{ pour } q \in]-1; 1[.$$

Illustration graphique "naïve" pour les deux limites $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^n}{n}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n)}{n}$ en traçant sur le même graphique les courbes de l'exponentielle, du logarithme et la première bissectrice.
- Le théorème de la limite monotone : énoncé et illustration graphique.
- Le théorème des gendarmes : énoncé et illustration graphique.
Théorème de la "fusée" ou du "sous-marin" : énoncé et illustration graphique.

Programme de la colle : Chap 4 (révisions) et chap 14 Limites de suites (en entier SAUF suites extraites et suites adjacentes.)

- Définition de la limite infinie et finie d'une suite avec les quantificateurs, illustration graphique
- Définition suite convergente et suite divergente
- Opérations sur les limites : produit, inverse, quotient et somme. Les 4 Formes indéterminées et les croissances comparées.
- Quelques techniques pour lever une FI : "factoriser par le terme le plus grand dans une somme quand il y a des FI avec de ∞ ", quantité conjuguée, croissances comparées entre exp, ln et x^n
- Conjecturer le comportement d'une suite graphiquement et avec Python
- Unicité de la limite, toute suite convergente est bornée (réciproque fausse)
- Toute suite croissante tend vers une limite finie ou vers $+\infty$.
- Le théorème de la limite monotone
- Limites et inégalités.