Programme de colle 04

Semaine du 09 novembre 2026

Déroulement de la colle :

- Une question de cours sur les suites
- Déterminer la forme explicite d'une suite arithmético-géométrique sur un exemple
- Déterminer la forme explicite d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 sur un exemple
- Un ou plusieurs exercices proposés par le colleur correspondant au programme (les deux questions sur les suites arithmético-géométrique et récurrentes linéaires d'ordre 2 peuvent être intégrées aux exercices).

Question de cours sur les suites.

- Avec les quantificateurs : définition d'une suite majorée, minorée, croissante, décroissante.
- Suites arithmétiques : définition avec les quantificateurs, forme explicite (u_n en fonction de n et de u_0 et u_n en fonction de u_1 et de n), sommes $\sum_{n=0}^{N} u_n$ et $\sum_{n=1}^{N} u_n$
- Suites géométriques : définition avec les quantificateurs, forme explicite (u_n en fonction de n et de u_0 et u_n en fonction de u_1 et de n), seulement la somme $\sum_{n=0}^{N} q^n$.

Programme de la colle : chapitre 4 Généralités sur les suites

- Vocabulaire des suites (indice, termes...)
- Différents modes de définition d'une suite : suite définie explicitement ("u_n uniquement en fonction de n") , suite définie par une relation de récurrence d'ordre 1 ("u_n définie uniquement en fonction de u_n"), autre...
- Différents modes de représentations graphiques d'une suite
- Suite majorée, minorée, bornée
- Suite croissante, décroissante, monotone
- Suite arithmétique : définition, forme explicite, somme des premiers termes
- Suite géométrique : définition, forme explicite, somme des premiers termes
- Suite arithmético-géométrique : définition, savoir déterminer le terme général sans indication.
- Suite récurrente linéaire d'ordre 2 : définition, savoir déterminer le terme général sans indication.

Exemples d'exercices du TD à savoir faire :

Exercice 5 TD 4. ☞ Encore un exercice classique

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$.

1. Vérifier que $u_1 \in [0;3]$ et que $u_2 \in [0;3]$.
2. Montrer, grâce à une démonstration par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $0 \leqslant u_n \leqslant 3$.
3. Vérifier que $u_0 < u_1 < u_2$.
4. Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-u_n^2 + 2u_n + 3}{\sqrt{2u_n + 3} \ + \ u_n}$.
5. En Déduire que la suite (u_n) est croissante.

Exercice 7 TD 4. ☞ Un deuxième exemple d'utilisation de suite auxiliaire.

On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

On introduit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier n par $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1. Calculer v_0.
2. Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique et donner sa raison.
3. En déduire l'expression de v_n uniquement en fonction de n.
4. Déterminer l'expression de u_n uniquement en fonction de n.