Programme de colle 05

Semaine du 16 novembre 2026

Déroulement de la colle : 3 méthodes "indispensables" puis des exercices sur les matrices

- **Indispensable 1 (suites)** : appliquer la méthode du cours pour trouver la forme explicite d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
- Sur les matrices, deux questions "à savoir faire" imposées (qui seront faites soit séparément soit au cours d'un exercice) :
  - **Indispensable 2 (matrices)** : montrer qu'une matrice A est inversible et trouver son inverse à partir d'une relation entre I, A et A^2 (ou A^3...). (méthode dite du "polynôme annulateur"). Exemple page 10 dans le cours et exercice 6 TD 05.
  - **Indispensable 3 (matrices)** : démontrer une formule de puissance nième de matrice par un raisonnement par récurrence.
- Si les trois méthodes sont terminées avant la fin de la colle, on poursuivra par des exercices sur les matrices permettant d'étudier une ou plusieurs suites

Programme détaillé de la colle :

- **Chapitre 4 Généralités sur les suites**
  - Vocabulaire des suites (indice, termes...)
  - Différents modes de définition d'une suite : suite définie explicitement ("u_n uniquement en fonction de n") , suite définie par une relation de récurrence d'ordre 1 ("u_n définie uniquement en fonction de u_n"), autre...
  - Différents modes de représentations graphiques d'une suite
  - Suite majorée, minorée, bornée
  - Suite croissante, décroissante, monotone
  - Suite arithmétique : définition, forme explicite, somme des premiers termes
  - Suite géométrique : définition, forme explicite, somme des premiers termes
  - Suite arithmético-géométrique : définition, savoir déterminer le terme général sans indication.
  - Suite récurrente linéaire d'ordre 2 : définition, savoir déterminer le terme général sans indication.
- **Chapitre 5 - les matrices**
  - Définition d'une matrice, notation $\mathcal{M}_{np}$, matrice nulle , matrice identité
  - Opérations sur les matrices : multiplication par un réel, addition et multiplication de deux matrices, transposée d'une matrice (seulement la définition à savoir, les propriétés calculatoires ne sont pas à connaître mais peuvent être démontrées en exercice),
  - Matrices carrées : notation $\mathcal{M}_n$, matrice identité I_n, multiplication de matrices carrées de même taille, non commutativité du produit, définition de deux matrices qui commutent, identités remarquables ok seulement si les matrices commutent, puissances successives d'une matrices carrées (calculs directs ou démonstration par récurrence)
  - Matrices inversibles : définition, une matrice inversible est forcément carrée donc une matrice non carrée ne peut pas être inversible, une matrice carrée n'est pas forcément inversible.
  - Trouver l'inverse d'une matrice inversible : soit en application directe de la définition avec résolution d'un système(ok pour les matrices 2x2, pour les matrices plus grandes seulement si beaucoup de 0), soit après avoir montré une relation du type $A^2 + 3A - I_n = 0_n$.
  - règles de calculs donnant l'inverse de l'inverse, l'inverse d'un produit et l'inverse d'une transposée. Caractérisation de matrices inversibles pour les matrices 2x2 avec le déterminant et pour les matrices diagonales (pas encore les matrices triangulaires).

pas encore de pivot de Gauss ni d'inversion d'un système ni de déterminant .

Pour les colleurs : pas de déterminant, pas d'exercices avec le binôme de Newton pour les matrices (semestre 2), pas encore de résolution de systèmes compliqués (le chapitre sera fait plus tard)