

Programme de colle 08

Semaine du 1er décembre 2025

Déroulement de la colle :

- Une question de cours sur les fonctions (10 minutes maximum)
- Une question de cours sur les probabilités
- Un exercice court d'application directe des formules de probabilité pour une expérience aléatoire sans paramètre (type exercice 10 TD 06)
- Un exercice avec une situation où un paramètre intervient (: par exemple n tirages, urne avec n boules... (type exercices 12 et 13 du TD 06). **Pour ce type d'exercice, des notions sur les suites sont indispensables, notamment déterminer l'expression explicite d'une suite arithmético-géométrique ou d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.**

Une Question de cours sur les fonctions :

- La fonction exponentielle (sans la dérivée) : graphique, monotonie, tableau de signe, propriétés calculatoires (énoncés sans démonstration)
- La fonction logarithme népérien (sans la dérivée) : graphique, monotonie, tableau de signe, propriétés calculatoires
- Définition d'une bijection f de I dans J : en français et avec les quantificateurs. Illustration graphique pour une fonction qui n'est pas une bijection.
- (*Uniquement si le candidat le demande*) Définition d'une injection et d'une surjection. Exemples graphiques ou avec des patatoïdes.
- (*Uniquement si le candidat le demande*) Démonstration de la propriété : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad (e^x)^n = e^{nx}$
- (*Uniquement si le candidat le demande*) Démonstration de la propriété : $\forall x > 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad \ln(x^n) = n \ln(x)$

Une Question de cours de probabilité :

- Définition d'une probabilité conditionnelle $P_A(B)$. Formule de Bayes reliant $P_A(B)$ et $P_B(A)$ (énoncé et démonstration).
- Formule des probabilités composées pour calculer $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ (énoncé et pas de démonstration). Illustration avec un arbre.
- Définition d'un système complet de n événements. Formule des probabilités totales avec un système à n événements. Illustration avec un arbre dans le cas de 3 événements.
- Définition de deux événements complémentaires. Définition de deux événements incompatibles et calcul de $P(A \cup B)$ dans le cas général puis dans le cas où les événements sont incompatibles.
Propriété : deux événements complémentaires sont incompatibles mais **la réciproque** est fausse. Donner un exemple concret (voir dans le cours)
- Définition de deux événements indépendants avec les probabilités conditionnelles.
Caractérisation de l'indépendance avec $P(A \cap B)$.
Formule pour calculer $P(A \cap B)$ dans le cas général et dans le cas particulier d'indépendance.

Programme détaillé :

- Prérequis : chapitre sur les suites.
- Chapitre 6 et 7 : en entier
Propriétés d'une probabilité, formule de Poincaré, événements incompatibles, probabilité conditionnelle, formule des probabilités composées, système complet d'événements, formule des probabilités totales, formule de Bayes. Indépendance.

Quelques précisions pour les colleurs :

- Les étudiants peuvent (et même doivent ?) s'aider d'un arbre mais soyez exigeant sur la rédaction : pour tout calcul, une formule littérale doit être donnée avant l'application numérique.
- Pas encore de variables aléatoires.
- Pour l'indépendance de n événements, je ne suis pas rentrée dans les détails (différences entre mutuelle indépendance et indépendance 2 à 2). On admet que la probabilité de l'intersection de n événements concernant des tirages indépendants est égale au produit des n probabilités.