Lycée Hoche
ECG1 A
NOM :

2023-2024
Mathématiques

Interrogation n°7

Le 8 février 2024

Exercice 1 *Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle. Démontrer avec un bon niveau de détail :*

$$(\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = (n+1)u_n) \iff (\forall k \in \mathbb{N}^*, u_k = ku_{k-1}).$$

Exercice 2 *Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ($n \geq 1$ entier) vérifiant :*

$$A^3 - 2A^2 + A + 3I_n = 0_n.$$

Démontrer précisément que A est inversible, et exprimer A^{-1} en fonction de A.

Exercice 3 *Soit* $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) *Montrer que M est inversible et déterminer M^{-1}.*

(b) ***En déduire** les solutions du système*

$$(S) : \begin{cases} x - z = m \\ -2x + 3y + 4z = 1 \\ y + z = 2m \end{cases}$$

en fonction de $m \in \mathbb{R}$.

On utilisera la forme matricielle de ce système.

— *Fin de l'énoncé* —