

Programme de colle n° 11 : Asymptotique des suites.

Semaine du lundi 9 décembre.

Le programme de la semaine précédente est toujours au programme de cette semaine.

Généralités sur les limites de suites

11.1 Début du chapitre : voir le programme précédent

11.2 Théorème d'unicité de la limite, notation $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Limites et opérations

11.3 Limites et opérations : limite d'une somme, d'un produit, passage à l'inverse. Limites des suites de la forme $(n^k)_n$, où $k \in \mathbb{Z}$.

11.4 Passage à la limite des inégalités.

11.5 Composition par l'exponentielle, la racine carrée, le logarithme, une fonction puissance généralisée.

11.6 Limites classiques : limites des suites de la forme $(n^\alpha)_n$, où $\alpha \in \mathbb{R}$.
Limites des suites géométriques.

11.7 Le théorème de croissance comparée, forme avec une suite géométrique.

11.8 Levée des indétermination (principe général) : factoriser une somme par le terme "le plus grand" (au sens des "croissances comparées"), utilisation de la quantité conjuguée.

Théorèmes d'existence de limites

11.9 Théorème des gendarmes. Corollaire (HP) : si $(u_n)_n$ est une suite bornée et si $(v_n)_n$ converge vers 0, alors $(u_n v_n)_n$ converge vers 0.

11.10 Théorème de comparaison.

11.11 Théorème de la limite monotone.

11.12 Théorème des suites adjacentes, théorème portant sur les sous-suites de rangs pairs et impairs.

Python

11.13 Recherche dichotomique dans une liste triée. Adaptation du tri à bulle pour trier des listes plus complexes selon des critères spécifiques.

*À peine abordés, seront véritablement traités
Lundi.*

Quelques questions de cours

1. Dresser les tableaux donnant les éventuelles limites de la somme et du produit de suites admettant une limite.
2. Énoncer et démontrer le théorème de passage à la limite des inégalités.
3. Énoncer et démontrer la proposition permettant de composer par une fonction puissance généralisée.
4. Énoncer et démontrer la proposition portant sur les limites des suites géométriques.
5. Énoncer le théorème de croissance comparée. Étudier la limite de la suite u donnée par : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \frac{2^n + 3^n - n}{5^n + \ln(n)}$.
6. Énoncer et démontrer le théorème des gendarmes.
7. Montrer que si u est une suite bornée et v une suite telle que $v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$, alors $u_n v_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$.
8. Énoncer le théorème de comparaison. L'utiliser pour montrer que $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} +\infty$.
9. Énoncer le théorème de la limite monotone, le démontrer dans le cas d'une suite croissance majorée.
10. Écrire le code d'une fonction Python d'entête `def appartient_dicho(a,L)` : prenant en entrée un nombre `a` et une liste de nombre triée dans l'ordre croissant `L` et renvoyant en sortie `True` si `a` est un élément de `L`, et `False` sinon.
11. Écrire le code d'une fonction Python d'entête `def TriDuree(L)` : prenant en entrée une liste `L` dont les éléments sont des couples de nombres `(d,f)` représentant des plages horaires (le couple `(d,f)` représente la plage horaire commençant à l'heure `d` et finissant à l'heure `f`), et triant cette liste par durée croissante de ces plages horaires.