Programme de colle n^o 19 : Théorie des graphes et séries numériques

*Semaine du lundi **16 février**.*

Le programme de la semaine précédente est toujours au programme de cette semaine.

Théorie des graphes

19.1 Chapitre complet : se reporter au programme de colle précédent.

Les questions de cours n'étaient pas sues et les exercices très mal gérés.

Généralités sur les séries numériques

19.2 Chapitre complet : se reporter au programme de colle précédent.

Séries classiques

19.3 Séries géométriques, séries géométriques dérivées d'ordre 1 et 2, critères de convergence.

19.4 Séries de Riemann de paramètre α, critère de convergence.

19.5 Séries exponentielle, convergence des séries exponentielles.

19.6 Méthode pour étudier la convergence de séries dites "alternées".

(résultat général HP et non donné : méthode à retenir)

Séries à termes positifs, convergence absolue

19.7 Notion de série à termes positifs. Critère de convergence des séries à termes positifs.

19.8 Théorème de comparaison pour les séries à termes positifs.

19.9 Séries absolument convergentes. Toute série absolument convergente est convergente.

Python

19.10 Représentations informatiques des graphes, par la matrice d'adjacence ou par la liste des adjacences (terminologie officielle : liste des listes d'adjacences). Exemple : cas des graphes complets d'ordre n. Détermination des degrés (degrés entrants et sortants dans le cas orienté - attention aux boucles dans le cas non orienté) des sommets avec ces représentations.

Quelques questions de cours

1. Théorie des graphes : voir le programme de la semaine dernière.
2. Séries numériques : voir le programme de la semaine dernière.
3. Définir la notion de série de Riemann de paramètre α et donner le critère de convergence des séries de Riemann. Montrer que si $\alpha \leq 1$, alors la série de Riemann de paramètre α diverge.
4. Énoncer la proposition et définition relative aux séries exponentielles. Montrer que $\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{3^n + n2^n}{n!}$ converge et calculer sa somme.
5. Montrer que $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{n}$ converge.
6. Énoncer et démontrer le théorème de comparaison pour les séries à termes positifs.
7. Montrer que $\displaystyle\sum_{k\geq 1} \frac{1}{k^2}$ converge. Montrer que la série de Riemann de paramètre α converge pour tout $\alpha \geq 2$.
8. Définir la notion de série absolument convergente. Que dire de la nature d'une série absolument convergente? Le démontrer.
9. Écrire le code d'une fonction `AfficheDescriptionO` prenant en entrée la liste des listes d'adjacences d'un graphe orienté G, et affichant (sans rien renvoyer) de manière lisible l'ordre de G, ainsi que les listes des degrés entrants et sortants de G.