

Programme de colle n° 27 : Variables aléatoires discrètes (suite).

Semaine du lundi 18 mai.

Le programme de la semaine précédente est toujours au programme de cette semaine.

Variables aléatoires discrètes

27.1 Variables aléatoires discrètes indépendantes. Si X et Y sont des VAD indépendantes, alors $[X \in I]$ et $[Y \in J]$ sont indépendants pour toutes parties I et J de \mathbb{R} qui sont finies ou des intervalles.

27.2 Variable aléatoire discrète $g(X)$, où X est une variable aléatoire discrète et g une fonction réelle définie sur le support de X . Somme et produit de deux variables aléatoires discrètes définies sur un même espace probabilisé.

27.3 Espérance d'une variable aléatoire finie. Espérance d'une variable aléatoire discrète infinie. Brève explication de la condition de convergence absolue pour justifier la bonne définition de l'espérance d'une variable aléatoire discrète infinie.

27.4 Linéarité de l'espérance. Application : espérance de la variable aléatoire donnant le nombre de Piles obtenus lors de n lancers d'une pièce tombant sur pile avec probabilité p donnée.

Quelques questions de cours

1. Définir la notion d'espérance d'une variable aléatoire discrète, finie ou infinie. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire discrète X donnant le rang du premier pile lors d'une succession infinie de lancers d'une pièce à pile ou face, ayant probabilité $p \in]0, 1[$ de tomber sur pile. L'élève pourra rappeler la loi de X sans calcul.
2. Donner une variable aléatoire n'admettant pas d'espérance (exemple 33 à détailler entièrement), et le démontrer.
3. Énoncer la proposition portant sur la linéarité de l'espérance. Montrer l'énoncé portant sur une transformée affine (premier point) en admettant l'existence de l'espérance (élèves : vous pouvez passer la partie de la preuve justifiant la convergence absolue). En déduire le nombre moyens de Piles obtenus lors de n lancers d'une pièce à Pile ou Face tombant sur Pile avec probabilité $p \in [0, 1]$.