

Programme de colle n^o 29 : Équations différentielles linéaires à coefficients constants. (chapitre complet)

*Semaine du lundi **1 juin**.*

Le programme de la semaine précédente est toujours au programme de cette semaine.

Variables aléatoires discrètes : chapitre complet

Se reporter au programme précédent.

Généralités sur les équations différentielles linéaires

Se reporter au programme précédent

Équations différentielles linéaires d'ordre 1 à coefficients constants

29.1 Méthode de résolution générale (résolution de l'équation homogène associée, détermination d'une solution "particulière", conclusion par superposition), exemples.

29.2 Résolution des équations différentielles linéaires homogènes d'ordre 1 à coefficients constants.

29.3 Recherche d'une solution particulière : recherche guidée, méthode de variation de la constante. Corollaire de la méthode de variation de la constante : tout EDLO1CC admet au moins une solution.

Les élèves doivent, en autonomie, proposer une recherche de solution sous la forme polynomiale lorsque le second membre est polynomial.

29.4 Problème de Cauchy linéaire O1CC. Tout tel problème de Cauchy admet une unique solution.

Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

29.5 Méthode de résolution générale (résolution de l'équation homogène associée, détermination d'une solution "particulière", conclusion par superposition), exemples.

29.6 Équation caractéristique d'une EDLH02CC : $t \mapsto e^{\alpha t}$ est solution d'une telle équation différentielle ssi α est solution de son équation caractéristique. Résolution d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 2 à coefficients constants, dans le cas où le discriminant de son équation caractéristique est positif ou nul.

29.7 Recherche d'une solution particulière : cas d'un second membre constant (à savoir faire en autonomie - tous les autres cas doivent être guidés). Cas d'un second membre de la forme $t \mapsto P(t)$ ou $t \mapsto P(t)e^{\alpha t}$, où P est un polynôme (la forme particulière à considérer à été donnée en cours).

29.8 Problème de Cauchy linéaire O2CC. Forme particulière des *conditions de Cauchy.*

Compléments (non HP)

29.9 Notion de trajectoire, de trajectoire d'équilibre. Trajectoires convergentes.

29.10 Résolution de l'équation logistique par changement de fonction inconnue.

Les élèves doivent pouvoir suivre un changement de fonction lorsqu'il est indiqué.

Python

29.11 Simulations de variables aléatoires à l'aide de la fonction `rd.random`

Quelques questions de cours

1. Énoncer et démontrer le théorème de résolution des EDLO1CC homogènes. L'appliquer sur un exemple, au choix du colleur.
2. Appliquer la méthode de variation de la constante pour déterminer une solution de $y' + 2y = e^t$ (variante similaire au choix du colleur).
3. Résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} y' + 3y = 2t \\ y(2) = 3 \end{cases}$ (variante similaire au choix du colleur).
4. Énoncer le théorème de résolution des EDLO2CC homogènes. Montrer que les solutions données par le théorème sont

bien solutions.

5. Résoudre $y'' + 2y' - 2y = 3$ (variante similaire au choix du colleur).
6. Déterminer une solution de $y'' - 3y' + 2y = 2te^{2t}$ sous la forme $t \mapsto P(t)e^{2t}$, où P est un polynôme de degré 2 (variante similaire au choix du colleur).
7. Définir la notion de problème de Cauchy linéaire d'ordre 2 à coefficients constants. Résoudre le problème de Cauchy $\begin{cases} y'' + 2y' + y = 2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$ (variante similaire au choix du colleur).
8. Donner l'équation logistique (L). Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction ne s'annulant pas. On pose $g = \dfrac{1}{f}$. Donner une équation différentielle linéaire (E) telle que :
   f est solution de (L) si et seulement si g est solution de (E).
   (La fin de la résolution de (L) n'est pas exigible).
9. Écrire une fonction Python permettant de simuler l'expérience aléatoire consistant à lancer 2 dés équilibrés à 6 faces et à noter en résultat le maximum des faces obtenues. Puis, écrire un code permettant de simuler 1000 tirages, et de calculer une estimation de l'espérance de la variable aléatoire donnant le résultat de l'expérience.
10. Écrire une fonction Python permettant de simuler un loi binomiale de paramètre (n,p) puis écrire un code permettant de représenter une approximation de la loi de probabilité avec un diagramme en bâtons/barres.