

Programme de colle n° 7 : Systèmes linéaires.

Semaine du lundi 13 novembre.

Le programme de la semaine précédente est toujours au programme de cette semaine.

Généralités sur les systèmes linéaires

7.1 Notion d'équation linéaire. Coefficients, second membre, équation linéaire homogène. Notion de solution.

7.2 Systèmes linéaires. Coefficients et seconds membres, lignes d'un système linéaire.

7.3 Systèmes incompatibles. Systèmes équivalents. Théorème admis : Un système linéaire admet 0, 1 ou une infinité de solutions.

7.4 Systèmes homogène. Le n -uplet nul est solution de tout système linéaire homogène à n inconnues.

7.5 Systèmes carrés, systèmes surdéterminés et sous-déterminés. Systèmes de Cramer.

Étapes de résolution d'un système linéaire

7.6 Les élèves doivent, face à un système linéaire, immédiatement le présenter avec les inconnues écrites «en colonne», et les seconds membres bien identifiés à droite du signe égal.

7.7 Système triangulaire, coefficients diagonaux. Un système triangulaire est de Cramer ssi ses coefficients diagonaux sont tous non nuls. Résolution d'un système linéaire triangulaire de Cramer, par la méthode « de la remontée ».

7.8 Système échelonné. Notion d'inconnue principale, paramétrique d'un système échelonné. Résolution des systèmes échelonnés en se ramenant à la méthode « de la remontée ».

7.9 Le théorème des opérations élémentaires. L'algorithme du pivot de Gauss.

Le théorème sur les systèmes linéaires triangulaires de Cramer n'a pas été démontré.

L'algorithme du pivot de Gauss est présenté de manière sommaire. Les élèves doivent avoir compris comment obtenir un système échelonné équivalent à l'aide des opérations élémentaires.

Compléments

7.10 Exemples de résolution de systèmes à paramètres.

7.11 L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène est stable par combinaison linéaire. Système linéaire homogène associé à un système linéaire. Lien entre l'ensemble des solutions d'un système linéaire et l'ensemble des solutions du système linéaire homogène associé.

Le dernier point, hors programme, n'a été vu que brièvement. Les élèves doivent juste avoir compris le sens de l'énoncé.

Python

7.12 Listes en Python. Toutes les commandes au programme sur les listes ont été vues.

Quelques questions de cours

La colle commencera toujours par la résolution d'un système sans paramètres où les nombres n et p d'inconnues et d'équations vérifient $n + p \leq 6$. Puis, une question de cours portera sur l'un des deux derniers programmes de colle (suites, polynômes) ou sur l'un des points suivants :

- Énoncer le théorème des opérations élémentaires, et les deux lemmes utilisés pour sa démonstration.
- Que sont les inconnues principales, paramétriques d'un système échelonné?
- A quelle condition le système triangulaire à paramètre suivant est-il de Cramer? (Au choix de l'interrogateur).

4. Résoudre, en fonction de $\lambda \in \mathbb{R}$, le système
$$\begin{cases} \lambda x + y + z = 0 \\ x + \lambda y + z = 0 \\ x + y + \lambda z = 0 \end{cases}$$
 d'inconnues x , y et z .

- Écrire une fonction Python d'entête `def depasse(L, a)` : prenant en entrée une liste de nombres L et un nombre a , et renvoyant `True` si l'une des entrées de L est strictement supérieure à a , et `False` sinon.
- Écrire une fonction Python d'entête `def ListeOccurrences(L, a)` : prenant en entrée une liste L et une donnée a , et renvoyant la liste (éventuellement vide) des indices des occurrences de a dans L .