

TRAVAUX DIRIGÉS : APPLICATIONS LINÉAIRES ET MATRICES
CORRIGÉ DU MARDI 6 OCTOBRE 2026 - EXERCICES 26, 27, 34, 35

Exercice 26

(3) Déterminons la matrice de passage dans les bases $\mathcal{B}, \mathcal{B}'$ de E , dans le cas où E est l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$, $\mathcal{B} = ((-1, 1, 1), (1, -1, 1), (1, 1, -1))$ et $\mathcal{B}'$ est la base canonique. Pour ce faire, on pose $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ et $\mathcal{B}' = (e'_1, e'_2, e'_3)$. Soient a, b, c des réels tels que :

$$e'_1 = (1, 0, 0) = ae_1 + be_2 + ce_3 = a(-1, 1, 1) + b(1, -1, 1) + c(1, 1, -1).$$

Alors, le triplet (a, b, c) est solution du système :

$$\begin{cases} -a + b + c = 1 \\ a - b + c = 0 \\ a + b - c = 0 \end{cases}.$$

En effectuant les opérations élémentaires $L_2 \leftarrow L_2 + L_1$ et $L_3 \leftarrow L_3 + L_1$, on trouve que :

$$\begin{cases} -a + b + c = 1 \\ 2c = 1 \\ 2b = 1 \end{cases},$$

d'où il s'ensuit que $a = 0$, $b = c = \frac{1}{2}$, et donc :

$$e'_1 = 0e_1 + \frac{1}{2}e_2 + \frac{1}{2}e_3.$$

De la même façon, on trouve que :

$$e'_2 = \frac{1}{2}e_1 + 0e_2 + \frac{1}{2}e_3 \quad \text{et} \quad e'_3 = \frac{1}{2}e_1 + \frac{1}{2}e_2 + 0e_3.$$

Par conséquent, on en déduit que :

$$P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}'} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(4) Déterminons la matrice de passage dans les bases $\mathcal{B}, \mathcal{B}'$ de E , dans le cas où E est l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$, $\mathcal{B} = ((2, 0, 1), (1, 1, 1), (1, 1, 0))$ et $\mathcal{B}' = ((0, 1, 2), (1, 2, 3), (2, 1, 1))$. Pour ce faire, on pose $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ et $\mathcal{B}' = (e'_1, e'_2, e'_3)$. Soient a, b, c des réels tels que :

$$e'_1 = (0, 1, 2) = ae_1 + be_2 + ce_3 = a(2, 0, 1) + b(1, 1, 1) + c(1, 1, 0).$$

Alors, le triplet (a, b, c) est solution du système :

$$\begin{cases} 2a + b + c = 0 \\ b + c = 1 \\ a + b = 2 \end{cases}.$$

En effectuant l'opération élémentaire $L_3 \leftarrow 2L_3 - L_1$, on trouve que :

$$\begin{cases} 2a + b + c = 0 \\ b + c = 1 \\ b - c = 4 \end{cases}.$$

Enfin, en effectuant l'opération élémentaire $L_3 \leftarrow L_3 - L_2$, on obtient que :

$$\begin{cases} 2a + b + c = 0 \\ b + c = 1 \\ -2c = 3 \end{cases}.$$

d'où il s'ensuit que $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{2}$, $c = -\frac{3}{2}$, et donc :

$$e'_1 = -\frac{1}{2}e_1 + \frac{5}{2}e_2 - \frac{3}{2}e_3.$$

De la même façon, on trouve que :

$$e'_2 = -\frac{1}{2}e_1 + \frac{7}{2}e_2 - \frac{3}{2}e_3 \quad \text{et} \quad e'_3 = \frac{1}{2}e_1 + \frac{1}{2}e_2 + \frac{1}{2}e_3.$$

Par conséquent, on en déduit que :

$$P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}'} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 5 & 7 & 1 \\ -3 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(6) Déterminons la matrice de passage dans les bases $\mathcal{B}, \mathcal{B}'$ de E , dans le cas où E est l'espace vectoriel $\mathbb{R}_n[x]$, $\mathcal{B} = (x \mapsto 1, x \mapsto x - a, x \mapsto (x - a)^2, \dots, x \mapsto (x - a)^n)$ et $\mathcal{B}'$ est la base canonique. Pour ce faire, on pose $\mathcal{B} = (e_0, e_1, \dots, e_n)$ et $\mathcal{B}' = (e'_0, e'_1, \dots, e'_n) = (x \mapsto 1, x \mapsto x, \dots, x \mapsto x^n)$. Pour tout $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on obtient avec la formule du binôme que :

$$e'_k(x) = x^k = ((x - a) + a)^k = \sum_{i=0}^k \binom{k}{i} (x - a)^i a^{k-i} = \sum_{i=0}^k \binom{k}{i} a^{k-i} e_i(x).$$

De plus, comme $e_0 = e'_0$, on obtient que :

$$\begin{cases} e'_0 &= e_0 \\ e'_1 &= ae_0 + e_1 \\ e'_2 &= a^2e_0 + 2ae_1 + e_2 \\ &\vdots \\ e'_n &= \binom{n}{0}a^ne_0 + \binom{n}{1}a^{n-1}e_1 + \dots + \binom{n}{n}a^0e_n \end{cases}.$$

Par conséquent, on en déduit que :

$$P_{\mathcal{B}, \mathcal{B}'} = \begin{pmatrix} 1 & a & \cdots & \cdots & \binom{n}{0}a^n \\ 0 & 1 & \ddots & & \binom{n}{1}a^{n-1} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \binom{n}{n-1}a^1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \binom{n}{n}a^0 \end{pmatrix}.$$

Exercice 27

(1) Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ dans la base canoniquement associé à la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2)$ la base canonique de $\mathbb{R}^2$. A l'aide de la formule de changement de bases, déterminons la matrice de f dans la nouvelle base $\mathcal{C} = (e'_1, e'_2) = ((2, 1), (-1, 1))$. Pour ce faire, on commence par calculer la matrice de passage de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{C}$. Par définition, on voit que :

$$e'_1 = (2, 1) = 2(1, 0) + 1(0, 1) = 2e_1 + e_2 \quad \text{et} \quad e'_2 = (-1, 1) = -1(1, 0) + 1(0, 1) = -e_1 + e_2.$$

Dès lors, il s'ensuit que :

$$P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Comme $P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}$ est carrée de taille 2, son inverse est donné par :

$$P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}^{-1} = \frac{1}{2 \times 1 - (-1 \times 1)} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

D'après la formule de changement de bases, on trouve alors que :

$$\text{mat}_{\mathcal{C}}(f) = P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}^{-1} A P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Par conséquent, on en déduit après simplification que :

$$\text{mat}_{\mathcal{C}}(f) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 8 & -1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}.$$

(2) Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ canoniquement associé à la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

On note $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$. À l'aide de la formule de changement de bases, déterminons la matrice de f dans la nouvelle base $\mathcal{C} = (e'_1, e'_2, e'_3) = ((1, 1, 0), (2, 1, 0), (2, 3, 1))$. Pour ce faire, on commence par calculer la matrice de passage de $\mathcal{B}$ vers $\mathcal{C}$. Par définition, on voit que :

$$\begin{cases} e'_1 = (1, 1, 0) = 1(1, 0, 0) + 1(0, 1, 0) + 0(0, 0, 1) = e_1 + e_2 + 0e_3 \\ e'_2 = (2, 1, 0) = 2(1, 0, 0) + 1(0, 1, 0) + 0(0, 0, 1) = 2e_1 + e_2 + 0e_3 \\ e'_3 = (2, 3, 1) = 2(1, 0, 0) + 3(0, 1, 0) + 1(0, 0, 1) = 2e_1 + 3e_2 + e_3 \end{cases}.$$

Dès lors, il s'ensuit que :

$$P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Déterminons ensuite l'inverse de $P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}$. Pour ce faire, on va résoudre le système linéaire $Y = P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}X$, où Y, X sont les vecteurs colonnes de composantes respectives y_1, y_2, y_3 et x_1, x_2, x_3 . Ce système est donné par :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = y_1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = y_2 \\ x_3 = y_3 \end{cases}.$$

En effectuant l'opération élémentaire $L_2 \leftarrow L_2 - L_1$, on trouve que :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = y_1 \\ -x_2 + x_3 = -y_1 + y_2 \\ x_3 = y_3 \end{cases}.$$

Dès lors, ceci entraîne après calculs que :

$$\begin{cases} x_1 = -1y_1 + 2y_2 - 4y_3 \\ x_2 = 1y_1 - 1y_2 + 1y_3 \\ x_3 = 0y_1 + 0y_2 + 1y_3 \end{cases},$$

et donc il s'ensuit que :

$$P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

D'après la formule de changement de bases, on trouve alors que :

$$\text{mat}_{\mathcal{C}}(f) = P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}}^{-1} A P_{\mathcal{B}, \mathcal{C}} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Par conséquent, on en déduit après simplification que :

$$\text{mat}_{\mathcal{C}}(f) = \begin{pmatrix} -16 & -25 & -45 \\ 8 & 13 & 20 \\ 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

Exercice 34 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On désigne par $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ l'espace vectoriel des matrices symétriques de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, et par $\mathcal{A}_n(\mathbb{R})$ l'espace vectoriel des matrices antisymétriques de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Enfin, on considère l'endomorphisme φ de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ défini pour tout $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ par $\varphi(M) = {}^tM$.

(1) Montrons tout d'abord que $\mathcal{M}_n(\mathbb{R}) = \mathcal{S}_n(\mathbb{R}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbb{R})$. Pour cela, on procède par Analyse-Synthèse :

Analyse:

Soit $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et supposons qu'il existe $S \in \mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ et $A \in \mathcal{A}_n(\mathbb{R})$ tels que $M = S + A$. Par linéarité de la transposition, on trouve que :

$$M = S + A \quad \text{et} \quad {}^tM = {}^tS + {}^tA.$$

Comme S est symétrique et que A est antisymétrique par hypothèse, on voit que ${}^tS = S$ et ${}^tA = -A$, ce qui entraîne que :

$$M = S + A \quad \text{et} \quad {}^tM = S - A.$$

Par somme et différence de ces deux égalités, on trouve que :

$$2S = M + {}^tM \quad \text{et} \quad 2A = M - {}^tM.$$

d'où il s'ensuit que :

$$S = \frac{1}{2} (M + {}^tM) \quad \text{et} \quad A = \frac{1}{2} (M - {}^tM).$$

A noter que, comme cette décomposition est unique, la somme $\mathcal{S}_n(\mathbb{R}) + \mathcal{A}_n(\mathbb{R})$ est directe.

Synthèse:

Soit $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et posons $S = \frac{1}{2} (M + {}^tM)$ et $A = \frac{1}{2} (M - {}^tM)$. Alors, on voit que :

$$S + A = \frac{1}{2} (M + {}^tM) + \frac{1}{2} (M - {}^tM) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) M + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) {}^tM = M.$$

De plus, on obtient par linéarité de la transposition que :

$${}^tS = {}^t\left(\frac{1}{2} (M + {}^tM)\right) = \frac{1}{2} ({}^tM + {}^{tt}M) = \frac{1}{2} ({}^tM + M) = S.$$

En outre, on trouve toujours par linéarité de la transposition que :

$${}^tA = {}^t\left(\frac{1}{2} (M - {}^tM)\right) = \frac{1}{2} ({}^tM - {}^{tt}M) = \frac{1}{2} ({}^tM - M) = -A.$$

En d'autres termes, on vient de montrer que S appartenait à $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$, que A appartenait à $\mathcal{A}_n(\mathbb{R})$ et que $M = S + A$. Par conséquent, on en déduit que :

$$\boxed{\mathcal{M}_n(\mathbb{R}) = \mathcal{S}_n(\mathbb{R}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbb{R}).}$$

A présent, donnons les dimensions de $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ et $\mathcal{A}_n(\mathbb{R})$. Pour rappel, on a :

$$\boxed{\dim \mathcal{S}_n(\mathbb{R}) = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{et} \quad \dim \mathcal{A}_n(\mathbb{R}) = \frac{n(n-1)}{2}.}$$

- (2) Calculons la trace de φ . Pour ce faire, on pose $r = \frac{n(n+1)}{2}$ et on considère des bases respectives $\mathcal{B}_1 = (e_1, \dots, e_r)$ et $\mathcal{B}_2 = (e_{r+1}, \dots, e_{n^2})$ de $\mathcal{S}_n(\mathbb{R})$ et $\mathcal{A}_n(\mathbb{R})$. Comme $\mathcal{M}_n(\mathbb{R}) = \mathcal{S}_n(\mathbb{R}) \oplus \mathcal{A}_n(\mathbb{R})$ d'après la question précédente, la concaténation $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_{n^2})$ des bases $\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_2$ donne une base de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. De plus, comme e_i est une matrice symétrique pour tout $i \in \llbracket 1, r \rrbracket$, on voit que $\varphi(e_i) = {}^te_i = e_i$ pour tout $i \in \llbracket 1, r \rrbracket$. En outre, comme e_i est une matrice antisymétrique pour tout $i \in \llbracket r+1, n^2 \rrbracket$, on voit que $\varphi(e_i) = {}^te_i = -e_i$ pour tout $i \in \llbracket r+1, n^2 \rrbracket$. Dès lors, la matrice A de φ dans la base $\mathcal{B}$ est donnée par :

$$A = \text{mat}_{\mathcal{B}}(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Comme la trace de l'endomorphisme φ est égale à celle de sa matrice dans toute base de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, ceci nous donne que :

$$\text{Tr}(\varphi) = \text{Tr}(\text{mat}_{\mathcal{B}}(\varphi)) = 1 + \dots + 1 - 1 - \dots - 1 = r - (n^2 - r) = 2r - n^2.$$

Mais comme $r = \frac{n(n+1)}{2}$, on en déduit que :

$$\boxed{\text{Tr}(\varphi) = n.}$$

Exercice 35 Soit $n \in \mathbb{N}^*$, soit A une matrice non nulle de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et posons $E = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. On considère l'application T de E dans E définie pour tout $M \in E$ par $T(M) = M - \text{Tr}(M)A$.

- (1) Montrons que T est un endomorphisme de E . Comme T est une application de E dans E par hypothèse, il suffit de montrer que T est linéaire. Pour ce faire, considérons des éléments $M_1, M_2 \in E$ et soient

$\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$. Par linéarité de la trace, on trouve que :

$$\begin{aligned} T(\lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2) &= (\lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2) - \text{Tr}(\lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2)A \\ &= \lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2 - \lambda_1 \text{Tr}(M_1)A - \lambda_2 \text{Tr}(M_2)A \\ &= \lambda_1 (M_1 - \text{Tr}(M_1)A) + \lambda_2 (M_2 - \text{Tr}(M_2)A) \\ &= \lambda_1 T(M_1) + \lambda_2 T(M_2), \end{aligned}$$

et donc T est linéaire. Par conséquent, on en déduit que :

$$\boxed{T \text{ est un endomorphisme de } E.}$$

- (2) Déterminons une condition nécessaire et suffisante sur $\text{Tr}(A)$ pour que T soit bijectif. Comme T est un endomorphisme de E et que E est de dimension finie, l'endomorphisme T est bijectif si et seulement si T est injectif, c'est-à-dire si $\ker(T) = \{0\}$. On va donc calculer $\ker(T)$ en fonction de A et conclure à partir de là. Soit M un élément de E . Alors, on trouve que :

$$M \in \ker(T) \implies T(M) = 0 \implies M = \text{Tr}(M)A \implies M \in \text{Vect}(A).$$

En particulier, on voit que $\ker(T) \subset \text{Vect}(A)$. Réciproquement, considérons un élément M de $\text{Vect}(A)$. Alors, il existe un réel λ tel que $M = \lambda A$, et ceci entraîne par linéarité de la trace que :

$$T(M) = M - \text{Tr}(M)A = \lambda A - \text{Tr}(\lambda A)A = \lambda A - \lambda \text{Tr}(A)A = \lambda (1 - \text{Tr}(A)) A.$$

On distingue alors deux cas.

- (1) Si $\text{Tr}(A) \neq 1$, alors on voit que $1 - \text{Tr}(A) \neq 0$. En particulier, ceci nous donne que :

$$T(M) = 0 \implies \lambda (1 - \text{Tr}(A)) A = 0 \implies \lambda A = 0 \implies M = 0.$$

En d'autres termes, le noyau de T est réduit à $\{0\}$, et donc T est bijectif.

- (2) Si $\text{Tr}(A) = 1$, alors on voit que $1 - \text{Tr}(A) = 0$. En particulier, ceci nous donne que :

$$T(M) = \lambda (1 - \text{Tr}(A)) A = 0.$$

Comme ceci est vrai pour tout $M \in \text{Vect}(A)$, on obtient que $\text{Vect}(A) \subset \ker(T)$, et donc $\ker(T) = \text{Vect}(A)$ par double inclusion. Mais comme $A \neq 0$ par hypothèse, il s'ensuit que le noyau de T n'est pas réduit à $\{0\}$, et donc T n'est pas bijectif.

Par conséquent, on en déduit que :

$$\boxed{T \text{ est bijectif si et seulement si } \text{Tr}(A) \neq 1.}$$

- (3) Caractérisons l'endomorphisme T lorsque T n'est pas bijectif. Pour ce faire, on suppose d'après la question précédente que $\text{Tr}(A) = 1$. Tout d'abord, on va vérifier que T est un projecteur de E . Pour tout $M \in E$, on trouve par linéarité de T que :

$$\begin{aligned} T^2(M) &= T(T(M)) \\ &= T(M - \text{Tr}(M)A) \\ &= T(M) - \text{Tr}(M)T(A) \\ &= M - \text{Tr}(M)A - \text{Tr}(M)(A - \text{Tr}(A)A) \\ &= M - \text{Tr}(M)A - \text{Tr}(M)(A - A) \\ &= M - \text{Tr}(M)A = T(M). \end{aligned}$$

Comme ceci est vrai pour tout $M \in E$, il s'ensuit que $T^2 = T$, et donc T est un projecteur de E . A noter que, d'après la question précédente, on sait que $\ker(T) = \text{Vect}(A)$ car $\text{Tr}(A) = 1$.

Pour caractériser complètement ce projecteur de E , il reste à déterminer l'image de T . Pour tout $M \in E$, on constate par linéarité de la trace que :

$$\text{Tr}(T(M)) = \text{Tr}(M - \text{Tr}(M)A) = \text{Tr}(M) - \text{Tr}(M)\text{Tr}(A) = \text{Tr}(M) - \text{Tr}(M) = 0.$$

En particulier, l'image de T est incluse dans le noyau de la trace. Or, on sait d'après l'exercice 30 que :

$$\dim \ker(\text{Tr}) = n^2 - 1.$$

De plus, comme $\ker(T) = \text{Vect}(A)$ d'après la question précédente, on voit que la famille (A) est génératrice de $\ker(T)$. En outre, comme $A \neq 0$ par hypothèse, la famille (A) est libre, et donc c'est une base de $\ker(T)$. D'après le théorème du rang, on trouve que :

$$\dim \mathfrak{Im}(T) = \dim \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) - \dim \ker(T) = n^2 - 1.$$

Dès lors, comme $\mathfrak{Im}(T) \subset \ker(\text{Tr})$ et que $\dim \mathfrak{Im}(T) = \dim \ker(\text{Tr})$, il s'ensuit que :

$$\mathfrak{Im}(T) = \ker(\text{Tr}).$$

Par conséquent, on en déduit que, si $\text{Tr}(A) = 1$:

T est le projecteur de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sur $\ker(\text{Tr})$ parallèlement à $\text{Vect}(A)$.