Lycée Clemenceau **Jeudi 5 novembre 2026**
ECG 2 **Durée : 4 heures**

Devoir Surveillé de Mathématiques n^o2

Remarques : *Il est toujours permis d'admettre les résultats de questions précédentes pour traiter les questions suivantes. Chaque réponse doit être démontrée et toutes les étapes des calculs doivent être données. On attachera un soin tout particulier à la clareté et à la propreté de la rédaction. Les téléphones portables et les calculatrices, ainsi que tous matériels électroniques sont interdits. Tous les étudiants devront traiter les exercices d'informatique suivants et auront le choix entre deux sujets, un de type ECRICOME-EDHEC-EML et un autre de type ESSEC. Ils indiqueront lisiblement sur leur première copie le sujet qu'ils auront choisi, et ne pourront traiter que les questions de ce sujet. Si un(e) étudiant(e) traite une question du sujet qu'il/elle n'a pas indiqué en début de copie, cette question ne sera pas corrigée.*

Exercice 1. Etant donnés deux réels a, b, on considère les suites $(u_k)_{k\geq 0}$ et $(v_k)_{k\geq 0}$ telles que $u_0 = a$, $v_0 = b$ et telles que, pour tout entier $k \geq 0$, on ait $u_{k+1} = 1 + u_k + v_k$ et $v_{k+1} = 2 - 3u_k + 4u_k v_k$. Compléter la fonction en Python suivante qui, étant donnés des réels a, b et un entier $n \geq 0$, calcule u_n et v_n.

```
def suite(n,a,b):
    u=a
    v=b
    if n==0:
        ---------
    else:
        for ------
            w= ---------
            u= ---------
            v= ---------
        -------
```

Exercice 2. Ecrire une fonction en Python qui, étant donné un entier $n \geq 1$, calcule le réel $S = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{k} \frac{1}{kl}$.

Exercice 3. On admet que la série $\sum_{k\geq 0} \frac{(-1)^k}{2k+1}$ converge et que sa somme est égale à $\frac{\pi}{4}$.

(1) Ecrire une fonction en Python qui, étant donné un entier $n \geq 0$, calcule et affiche la somme :

$$S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k+1}.$$

(2) En déduire une fonction en Python qui, étant donné un réel $\varepsilon > 0$, calcule et affiche le plus petit entier $n \geq 0$ tel que :

$$\left| \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{2k+1} - \frac{\pi}{4} \right| \leq \varepsilon.$$

1. Sujet type ECRICOME-EDHEC-EML

Exercice 4. Soit $n \in \mathbb{N}$. Dans cet exercice, on se propose de déterminer l'ensemble des polynômes $P \in \mathbb{R}[x]$ vérifiant l'équation $(\mathcal{E}_n)$: $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) + P(x+1) = 2x^n$.

(1) Soit Φ l'application qui, à tout élément Q de $\mathbb{R}[x]$, associe le polynôme $\Phi(Q) : x \longmapsto Q(x) + Q(x+1)$.
   (a) Etablir que Φ est un endomorphisme de $\mathbb{R}[x]$.
   (b) Pour tout $p \in \mathbb{N}$, on désigne par Φ_p la restriction de Φ à $\mathbb{R}_p[x]$, c'est-à-dire l'application définie pour tout $P \in \mathbb{R}_p[x]$ par $\Phi_p(P) = \Phi(P)$.
      (i) Montrer que Φ_p est un endomorphisme de $\mathbb{R}_p[x]$.
      (ii) Etablir que la matrice de Φ_p dans la base canonique $\mathcal{B}_p = (x \longmapsto 1, x \longmapsto x, ..., x \longmapsto x^p)$ de $\mathbb{R}_p[x]$ est triangulaire supérieure, et donner ses coefficients diagonaux.
      (iii) En déduire que Φ_p est un isomorphisme de $\mathbb{R}_p[x]$ dans $\mathbb{R}_p[x]$.
   (c) Prouver que Φ est un isomorphisme de $\mathbb{R}[x]$ dans $\mathbb{R}[x]$.

(d) Montrer qu'il existe un unique polynôme $E_n \in \mathbb{R}[x]$ vérifiant l'équation $(\mathcal{E}_n)$.
(e) Préciser le degré de E_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.

(2) Dans cette question, on pose $E_n : x \longmapsto \sum_{k=0}^{n} a_{n,k} x^k$.
(a) Vérifier l'égalité suivante pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$E_n(x+1) + E_n(x) = \sum_{j=0}^{n} \left[a_{n,j} + \sum_{k=j}^{n} \binom{k}{j} a_{n,k} \right] x^j.$$

(b) En déduire le système linéaire dont les $a_{n,k}$ sont les solutions, puis préciser la valeur de $a_{n,n}$.
(c) Déterminer les polynômes E_0, E_1, E_2.
(d) Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $E_n'(x) = nE_{n-1}(x)$.
(e) En déduire l'expression de la dérivée k-ème $E_n^{(k)}$ de E_n.
(f) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $E_n(x) = (-1)^n E_n(1-x)$.
(g) En déduire, pour tout entier pair $n > 0$, les valeurs de $E_n(0)$ et $E_n(1)$.
(h) En déduire, pour tout entier impair n, la valeur de $E_n(\frac{1}{2})$.
(i) Déterminer les polynômes E_3 et E_4.

Exercice 5. Soit A un élément de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ et soit I la matrice identité de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Pour tout polynôme $P : x \longmapsto a_0 + a_1 x + ... + a_m x^m$ de $\mathbb{R}[x]$, on pose $P(A) = a_0 I + a_1 A + ... + a_m A^m$. Par la suite, on admet que, pour tous polynômes $P, Q \in \mathbb{R}[x]$ et pour tous réels λ, μ, on a $(\lambda P + \mu Q)(A) = \lambda P(A) + \mu Q(A)$ et $(PQ)(A) = P(A)Q(A)$. Dans cet exercice, on se propose de déterminer explicitement le terme général de la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$, $u_2 = 1$ et par la relation de récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+3} = 4u_{n+2} - 5u_{n+1} + 2u_n$. Pour ce faire, on pose pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$X_n = \begin{pmatrix} u_{n+2} \\ u_{n+1} \\ u_n \end{pmatrix}.$$

(1) Ecrire une fonction en Python qui, étant donné un entier $n \geq 0$, calcule et affiche u_n.
(2) (a) Ecrire la matrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, indépendante de n, telle que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $X_{n+1} = AX_n$.
(b) Vérifier que $(A - I)^2(A - 2I) = 0$.
(3) On considère le polynôme P de $\mathbb{R}[x]$ défini par : $P : x \longmapsto (x-1)^2(x-2)$.
(a) Justifier l'existence et l'unicité d'un couple $(Q_n, R_n) \in \mathbb{R}[x] \times \mathbb{R}_2[x]$ tel que :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ \forall x \in \mathbb{R},\ x^n = P(x)Q_n(x) + R_n(x).$$

(b) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $\exists (a_n, b_n, c_n) \in \mathbb{R}^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $R_n(x) = a_n + b_n(x-1) + c_n(x-1)^2$.
(c) Etablir que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $a_n = 1$, $b_n = n$, $c_n = 2^n - n - 1$.
(4) (a) A l'aide de la question précédente, écrire la matrice A^n comme combinaison linéaire des matrices $I, A - I, (A - I)^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
(b) Donner la troisième ligne de la matrice A^n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
(5) (a) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $X_n = A^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
(b) En déduire l'expression de u_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Problème 1. Dans ce problème, on se propose d'étudier une fonction définie par une intégrale.

Partie I : étude d'une fonction f

(1) Montrer que, pour tout $x \in]0, +\infty[$, l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{x+t} dt$ converge.

On note $f :]0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ l'application définie pour tout $x \in]0, +\infty[$ par : $f(x) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{x+t} dt$.

(2) Montrer que : $\forall x \in]0, +\infty[$, $f(x) \geq \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-1}}{x+t} dt$. En déduire : $f(x) \underset{x \to 0^+}{\longrightarrow} +\infty$.
(3) Montrer que : $\forall x \in]0, +\infty[$, $0 < f(x) \leq \dfrac{1}{x}$. En déduire : $f(x) \underset{x \to +\infty}{\longrightarrow} 0$.
(4) Montrer que l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} te^{-t} dt$ converge et que : $\forall x \in]0, +\infty[$, $\left| f(x) - \dfrac{1}{x} \right| \leq \dfrac{1}{x^2} \displaystyle\int_0^{+\infty} te^{-t} dt$.
(5) En déduire que : $f(x) \underset{x \to +\infty}{\sim} \dfrac{1}{x}$.

Partie II : une autre expression intégrale de f

A - Dérivabilité et expression de la dérivée de f sous forme d'une intégrale

(1) Soit $(x,h) \in]0,+\infty[\times\mathbb{R}^*$ tel que $h > -\dfrac{x}{2}$.

(a) Montrer que l'intégrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{(x+t)^2}dt$ converge.

(b) Etablir que, pour tout $t \in [0,+\infty[$, on a : $\left|\dfrac{1}{h}\left(\dfrac{1}{x+h+t} - \dfrac{1}{x+t}\right) + \dfrac{1}{(x+t)^2}\right| \leq \dfrac{2|h|}{x^3}$.

(c) En déduire que : $\left|\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h} + \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{(x+t)^2}dt\right| \leq \dfrac{2|h|}{x^3}$.

(2) En déduire que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que : $\forall x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = -\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{(x+t)^2}dt$.

(3) Montrer que, pour tout $x \in]0,+\infty[$ et tout $(\varepsilon, A) \in]0,1] \times [1,+\infty[$, on a :

$$\int_\varepsilon^A \frac{e^{-t}}{(x+t)^2}dt = -\frac{e^{-A}}{x+A} + \frac{e^{-\varepsilon}}{x+\varepsilon} - \int_\varepsilon^A \frac{e^{-t}}{x+t}dt.$$

(4) En déduire que : $\forall x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = -\dfrac{1}{x} + f(x)$.

(5) Montrer que f est de classe $\mathcal{C}^2$ sur $]0,+\infty[$ et que : $\forall x \in]0,+\infty[$, $f''(x) = \dfrac{1}{x^2} + f'(x)$.

B - Intervention d'une fonction auxiliaire g

On note $g :]0,+\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ l'application définie pour tout $x \in]0,+\infty[$ par : $g(x) = e^{-x}f(x)$.

(1) Montrer que g est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que : $\forall x \in]0,+\infty[$, $g'(x) = -\dfrac{e^{-x}}{x}$.

(2) Montrer que, pour tout $x \in]0,+\infty[$, l'intégrale $\displaystyle\int_x^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u}du$ converge et que, pour tout $x \in]0,+\infty[$:

$$g(x) = \int_x^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u}du, \quad \text{puis que :} \quad f(x) = e^x \int_x^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u}du.$$

(3) Montrer que : $\displaystyle\int_x^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u}du \underset{x\to+\infty}{\sim} \frac{e^{-x}}{x}$.

(4) Déterminer la nature de la série $\displaystyle\sum_{n\geq 1} n^2 \int_n^{+\infty} \frac{e^{-u}}{u}du$.

2. Sujet type ESSEC

Problème 2. On désigne par I l'intervalle $[1,+\infty[$, par E l'espace vectoriel des fonctions continues et bornées sur I à valeurs réelles et par $\mathcal{C}^1(I,\mathbb{R})$ l'espace vectoriel des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ sur I à valeurs réelles. On fixe enfin un réel a strictement positif. Pour tout élément f de E, on dit qu'une fonction y de $\mathcal{C}^1(I,\mathbb{R})$ est une solution du problème (E_f) si :

$$\forall x \in I, \quad y'(x) - ay(x) + f(x) = 0.$$

L'objectif de ce problème est de montrer qu'à tout élément f de E, on peut associer une unique solution g de (E_f) qui soit bornée sur I, puis d'étudier l'opérateur $U : f \longmapsto g$. Les trois parties du problèmes traitent, souvent à partir d'exemples, de propriétés de l'opérateur U.

(1) Existence et propriétés élémentaires de l'opérateur U:

(a) *Etude de l'équation* (E_f).

(i) On considère $f \in E$ et $y \in \mathcal{C}^1(I,\mathbb{R})$. Ecrire la dérivée de $x \longmapsto e^{-ax}y(x)$. Montrer alors que y est solution du problème (E_f) si et seulement s'il existe $K \in \mathbb{R}$ tel que :

$$\forall x \in I, \quad y(x) = e^{ax}\left(K - \int_1^x e^{-at}f(t)dt\right).$$

(ii) Montrer que, s'il existe une solution de (E_f) qui soit bornée sur I, celle-ci est unique.

(iii) Vérifier que l'intégrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} e^{-at}f(t)dt$ est convergente.

(iv) Démontrer que la fonction $g : x \longmapsto e^{ax}\displaystyle\int_x^{+\infty} e^{-at}f(t)dt$ est l'unique solution de (E_f) qui soit bornée sur $[1,+\infty[$.

Dans toute la suite du problème, si $f \in E$, on note $U(f)$ la fonction g obtenue à la question $(1)(a)(iv)$.

(b) *Linéarité de U.*

(i) Expliciter $U(f)$ dans le cas où $f = 1$.

(ii) Montrer que U est un endomorphisme de E.

(iii) L'endomorphisme U est-il injectif?

(iv) On définit les puissances successives de U par $U^0 = \mathrm{Id_E}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $U^n = U^{n-1} \circ U$. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout $x \in I$, on a :

$$U^{n+1}(f)(x) = e^{ax}\int_x^{+\infty} \frac{(t-x)^n}{n!}e^{-at}f(t)dt.$$

(c) *Cas des fonctions exponentielles.*

(i) Pour k un nombre réel positif et f_k la fonction $x \longmapsto e^{-kx}$, expliciter $U(f_k)$.

(ii) En déduire que, pour tout réel $\lambda \in]0,1/a]$, on a $\ker(U - \lambda\,\mathrm{id}_E) \neq \{0\}$.

(iii) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, expliciter $U^n(f_k)$. Pour tout $x \in I$, préciser $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left[U^n(f_k)\right](x)$.

(d) *Cas des fonctions sinus et cosinus.*

Dans cet exemple seulement, on supposera que $a = 1$.

(i) Expliciter $U(\sin)$ et $U(\cos)$.

(ii) Montrer que le sous-espace P de E engendré par les fonctions sin et cos est stable par U et que $(\sin, \cos)$ en est une base. Dans cette base, écrire la matrice M de l'endomorphisme $U_P : P \longrightarrow P,\ f \longmapsto U(f)$.

(iii) Calculer M^2, M^3, M^4. Expliciter M^n pour tout $n \in \mathbb{N}$, puis préciser la limite des coefficients de M^n lorsque n tend vers l'infini.

(e) *Une autre famille de fonctions.*

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on considère la fonction φ_n de E définie par $\varphi_n : x \longmapsto e^{-x}x^n$, et on note ψ_n la fonction $U(\varphi_n)$.

(i) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, établir une relation entre $\psi_n, \varphi_n, \psi_{n-1}$.

(ii) Pour tout $p \in \mathbb{N}$, montrer que le sous espace F_p de E engendré par $(\varphi_0, \varphi_1, \cdots, \varphi_p)$ est stable par U et qu'il admet pour base $(\varphi_0, \varphi_1, \cdots, \varphi_p)$.

(iii) On prend ici $p = 2$. Ecrire dans la base $(\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2)$ de F_2 la matrice T_2 de l'endomorphisme $U_2 : F_2 \longrightarrow F_2,\ f \longmapsto U(f)$. Calculer T_2^n pour tout $n \in \mathbb{N}$, puis préciser la limite des coefficients de T_2^n lorsque n tend vers l'infini.

(f) *Une autre expression de $U(f)$.*

Pour $f \in E$, montrer que : $\forall x \in I,\ U(f)(x) = \displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-at} f(x+t)dt$.

(g) *Positivité de U.*

(i) Pour tout $f \in E$, montrer que : $|U(f)| \leq U(|f|)$.
On considère maintenant un élément φ de E à valeurs positives et l'on pose $\psi = U(\varphi)$.

(ii) Montrer que ψ est à valeurs positives.

(iii) On suppose que φ est décroissante. Montrer que $a\psi \leq \varphi$, puis que ψ est décroissante.

(h) *Commutation de U avec la dérivation.*

On note $E_1 = \left\{ f \in E \cap \mathcal{C}^1(I, \mathbb{R}) \ / \ f' \text{ bornée sur } I \right\}$ et D l'opérateur de dérivation qui, à tout élément de E_1, associe sa dérivée.

(i) Pour tout $f \in E_1$, montrer, en utilisant la question (f), que : $aU(f) = f + U(f')$.

(ii) En déduire que, pour tout élément f de E_1, on a : $D(U(f)) = U(D(f))$.

(iii) Pour toute fonction f de E_1 à valeurs positives et décroissante, retrouver le résultat de la question $(1)(g)(iii)$, c'est-à-dire : "$U(f)$ est décroissante".

(2) Comportement asymptotique de $U(f)$ au voisinage de $+\infty$:

Dans cette partie, on traite ici quelques cas fondamentaux, en partant d'exemples de fonctions f pour lesquelles on peut connaître le comportement de $g = U(f)$ au voisinage de $+\infty$.

(a) *Résultats préliminaires.*

On considère ici α et β deux fonctions à valeurs réelles, continues sur I. On suppose que, pour tout $x \in I$, $\beta(x) > 0$ et que $\displaystyle\int_1^{+\infty} \beta(t)dt$ converge.

(i) On suppose ici que $\alpha(x) \underset{x\to+\infty}{=} o(\beta(x))$ et on se propose de montrer que :

$$\int_x^{+\infty} \alpha(t)dt \underset{x\to+\infty}{=} o\left(\int_x^{+\infty} \beta(t)dt\right).$$

Soit $\varepsilon > 0$. Montrer que : $\exists A > 0,\ \forall x \geq A,\ \left|\displaystyle\int_x^{+\infty} \alpha(t)dt\right| \leq \varepsilon \left(\displaystyle\int_x^{+\infty} \beta(t)dt\right)$. Conclure.

(ii) On suppose maintenant que $\alpha(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} \beta(x)$. Montrer que $\displaystyle\int_x^{+\infty} \alpha(t)dt \underset{x\to+\infty}{\sim} \int_x^{+\infty} \beta(t)dt$.

(b) *Cas des fonctions admettant une limite en $+\infty$.*

Si f est un élément de E admettant une limite finie b en $+\infty$, montrer que $g = U(f)$ admet une limite en $+\infty$ que l'on précisera (*indication : on pourra commencer par traiter le cas où $b = 0$ en écrivant, dans ce cas, $f(t) \underset{t\to+\infty}{=} o(1)$ et en utilisant la question $(2)(a)(i)$*).

(c) *Cas des fonctions puissances.*

Dans cette question et la suivante, on désigne par ω est un réel > 0, par f_ω la fonction $t \longmapsto \dfrac{1}{t^\omega}$ et l'on pose $g_\omega = U(f_\omega)$.

(i) Montrer que $g_\omega(x) = \dfrac{f_\omega(x)}{a} - \dfrac{\omega}{a} g_{\omega+1}(x)$. En déduire que $g_\omega(x) \underset{x\to+\infty}{\sim} \dfrac{f_\omega(x)}{a}$.

(ii) A l'aide de l'inégalité de Taylor-Lagrange appliquée à la fonction $t \mapsto e^{-at}$, montrer que pour tout $x \in I$, on a :

$$\int_1^x \frac{e^{-at}}{t}dt = \ln(x) + \sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k \frac{a^k}{k \cdot k!}(x^k - 1).$$

En déduire que : $g_1(x) = e^{\alpha x}\left\{ -\ln(x) - \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a^k}{k \cdot k!}(x^k - 1) + \int_1^{+\infty} \frac{e^{-at}}{t}dt \right\}$.

(d) *Cas des fonctions comparables aux fonctions puissances f_ω.*

On note toujours f un élément de E et $g = U(f)$.

(i) Prouver que, si f est négligeable devant f_ω au voisinage de $+\infty$, alors g est négligeable devant g_ω au voisinage de $+\infty$.

(ii) Prouver que, si f est équivalent à f_ω au voisinage de $+\infty$, alors g est équivalent à $\frac{f}{a}$ au voisinage de $+\infty$.

(3) **Convergence absolue de $\int_1^{+\infty} U(f)(t)dt$:**

Dans cette partie, on s'intéresse à la convergence de $\int_1^{+\infty} U(f)(t)dt$ dans le cas où $\int_1^{+\infty} |f(t)|\,dt$ est elle-même convergente. On note toujours $g = U(f)$.

(a) *Etudes d'exemples.*

(i) Pour tout réel $k > 0$ et $f_k : t \longmapsto e^{-kt}$, on pose $g_k = U(f_k)$. Vérifier que l'intégrale $\int_1^{+\infty} g_k(t)dt$ est convergente.

(ii) Pour tout réel $\omega > 0$, on note encore $f_\omega : t \longmapsto \dfrac{1}{t^\omega}$ et $g_\omega = U(f_\omega)$. Pour quelles valeurs de ω l'intégrale $\int_1^{+\infty} g_\omega(t)dt$ est-elle convergente?

(b) *Cas des fonctions positives.*

Dans cette question, on désigne par f un élément de E, à valeurs positives et tel que l'intégrale $\int_1^{+\infty} f(t)dt$ est convergente. On note $F : x \longmapsto \int_1^x f(t)dt$, $g = U(f)$ et $G : x \longmapsto \int_1^x g(t)dt$.

(i) Vérifier que $G' - aG = -F + g(1)$.

(ii) Justifier que F appartient à E et montrer qu'il existe une constante réelle K telle que, pour tout $x \in I$, on a :

$$G(x) = Ke^{\alpha x} + [U(F)](x) - \frac{g(1)}{a}.$$

(iii) Vérifier que la fonction $x \longmapsto \dfrac{G(x)}{x}$ est bornée sur I.

(iv) En déduire que $K = 0$ et que $G = U(F) - \dfrac{g(1)}{a}$.

(v) Montrer alors que l'intégrale $\int_1^{+\infty} g(t)dt$ est convergente.

(c) *Cas général.*

Dans cette question, on désigne par f un élément de E tel que l'intégrale $\int_1^{+\infty} f(t)dt$ converge absolument. Montrer que l'intégrale $\int_1^{+\infty} g(t)dt$ est absolument convergente.