QUINZAINE DU 23/09 AU 04/10

1 Contenu du cours

Chapitre 2 - Compléments sur les suites

2. Suites récurrentes de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$

Cas f décroissant fait avec une exercice de TD (à guider donc). Utilisation de l'IAF pour trouver un point fixe.

Chapitre 3 - Compléments d'algèbre linéaire

1. Espaces vectoriels

Définition, espaces de référence et leurs dimensions, sous-espace vectoriels.

2. Familles de vecteurs

Familles libres, liées, génératrices, définition de l'espace engendré par une famille, notion de bases, théorème de la dimension, cardinal et rang d'une famille, lien avec les caractères libres et générateur.

3. Matrices

Matrice d'un vecteur, d'une famille de vecteurs, matrice de passage, formule de changement de base.

4. Compléments : maths approfondies

Espaces de référence de dimension infinie, somme directe de 2 sev, sous-espaces supplémentaires, **TO BE CONTINUED**.

Chapitre 4 - Séries

1. Généralités

Définition, convergence par combinaison linéaire, divergence grossière.

2. Séries usuelles

Séries géométriques et géométriques dérivées, série exponentielle, séries de Riemmann, séries télescopiques : définition, conditions de convergence et lorsque c'est possible, valeurs de la somme.

3. Séries à termes positifs

Théorème de comparaison des séries à termes positifs avec les différents critères.

4. Convergence absolue

Définition et utilisation en se ramenant à des séries à termes positifs.

2 Questions pour commencer

1. $F = \{M \in \mathrm{M}_n(\mathbb{R}),\ {}^tM = M\}$ est-il un sev ?
2. Exprimer la matrice de passage de $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ vers $\mathcal{B}' = (e_1 + e_3, e_2 + e_3, 2e_1 + e_2)$. En déduire les coordonnées dans la base $\mathcal{B}$ du vecteur de coordonnées $(1, 2, 3)$ dans la base $\mathcal{B}'$.
3. La famille $((7, 6, 9), (1, 4, 6), (3, 6, 2))$ de $\mathbb{R}^3$ est-elle libre ? génératrice ? Quelle est son rang ?
4. Quelle est la somme de $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{2k^2+3k+5}{2^k}$?
5. **Démonstration :** montrer dans le cas $\alpha \in]0, 1[$ que $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^\alpha}$ diverge.
6. Étudier la nature de la série de terme générale : $u_n = \frac{1}{n}\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{n}} - 1\right)$.