

# QUINZAINE DU 07/10 AU 18/10

## 1 Contenu du cours

### Chapitre 3 - Compléments d'algèbre linéaire

#### 4. Compléments : maths approfondies

... somme de  $n$  sev, somme directe de  $n$  sev.

### Chapitre 4 - Séries

#### 5. Compléments : maths approfondies

Ensembles dénombrables, **TO BE CONTINUED.**

### Chapitre 5 - Variables aléatoires discrètes

#### 1. Approche formelle

Formalisme, espace probablisable, espace probablisé, système complet d'événements, variables aléatoires réelles, fonction de répartition, utilisation de la fonction de répartition pour calculer des probabilités, caractérisation des fonctions de répartition, loi de probabilité, variables discrètes.

#### 2. Loïs usuelles discrètes

Loi, paramètres, support, espérance et variance de : loi de Bernoulli, loi uniforme (sur un ensemble fini), loi binomiale, loi de Poisson, loi géométrique.

#### 3. Probabilités conditionnelles

Probabilité conditionnelle, formule des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes, loi conditionnelle.

### Chapitre 6 - Couples de v.a.r.

#### 1. Loïs d'un couple

Loi conjointe, lois marginales, lois conditionnelles, indépendance, conséquence pour les fonctions de répartition.

#### 2. Fonctions d'un couples de v.a.r.d.

Définition, théorème de transfert, somme de deux v.a.r.d., stabilité de la loi binomiale par somme, stabilité de la loi de Poisson par somme, loi du maximum (méthode), loi du minimum.

#### 3. Covariance et coefficient de corrélation linéaire

Définition de la covariance, formule de Kœnig-Huygens, indépendance implique covariance nulle, la réciproque est fautive, propriétés élémentaires (symétrie, linéarité à gauche et à droite, covariance avec une variable certaine) **TO BE CONTINUED.**

## 2 Questions pour commencer

1. Vérifier que  $F : x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \in [0, 1] \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$  est une fonction de répartition.
2. Un test permet de vérifier si on est contaminé par une maladie avec un taux de faux-positif de 1% et de faux-négatif de 1%. La prévalence de la maladie est de 5% dans la population. Quelle est la probabilité d'être malade si on est testé positif ?
3. **Démonstration** : stabilité de la loi de Poisson par somme de variables indépendantes.
4. Retrouver une loi marginale ou conditionnelle à partir d'une loi d'un couple donnée sous forme de tableau.
5. Vérifier que la loi donnée par  $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$  et  $P(X = n) = \frac{6}{\pi^2} \times \frac{1}{n^2}$  n'admet pas d'espérance.
6. Soient  $X, Y \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$  indépendantes avec  $p \in ]0, 1[$ . Déterminer la loi de  $Z = \max(X, Y)$ .