

TP10 - REPRÉSENTATION DE LOIS

Dans tout le TP, on importe les modules suivants :

```
1 import numpy as np
import numpy.random as rd
import scipy.special as sp
import matplotlib.pyplot as plt
```

1 Représentations graphiques d'une loi

Commençons ce TP en nous construisons quelques outils. Le but est de pouvoir afficher une représentation graphique d'une loi que l'on aurait simulée.

Exercice 1 - Cas discret

★★

Pour commencer, nous allons considérer $X \leftrightarrow \mathcal{B}(n, p)$. On peut prendre dans cette exercice $n = 18$ et $p = 0,55$. Le but est de simuler cette variable et d'en tirer un graphique qui représente la loi de X .

1. Nous allons utiliser la fonction `plt.hist` pour afficher la loi de X estimée sous forme d'histogramme. `plt.hist` prend deux paramètres : les données et une liste de délimiteurs pour notre histogramme. Elle prend également un argument optionnel `density=True` qui permet d'afficher une fréquence plutôt qu'un compte brut.

Nous allons écrire une fonction `def loi_discrete(S)` : qui prend une série de données entières et produit l'histogramme. Compléter la fonction :

```
1 def loi_discrete(S):
    m = ...
    M = ...
    bins = np.arange(m, M+1)
5 plt.hist(S, bins, density=True)
plt.show()
```

2. Essayez ensuite la fonction sur une série de tirages :

```
1 N = 50
X = rd.binomial(18, 0.55, N)
loi_discrete(X)
```

Exercice 2 - Cas à densité

★★

Dans le cas d'une variable Y à densité, il n'est pas possible de représenter $P(Y = k)$ pour déterminer la loi de Y . On peut tout de même utiliser un histogramme. Faisons l'essai sur une variable $Y \leftrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$:

1. Créer une série de tirages :

```
1 N = 50
Y = rd.normal(0, 1, N)
```

2. On va encore utiliser `plt.hist`. Mais cette fois, on va simplement passer un nombre en deuxième argument qui correspond aux nombres de barres pour l'histogramme.

```

1 # On donne un nombre a plt.hist
  # il s'arrange automatiquement
  b = 20
  plt.hist(Y,b,density=True)
5 plt.show()

```

Changer les paramètres **N** et **b** pour observer comment l'histogramme évolue.

2 Convergence en loi

Utilisons ce que l'on vient de faire pour illustrer la convergence en probabilités.

Exercice 3 - Simuler une loi normale

★★

Soit $(U_k)_{k \geq 1}$ une suite de variables aléatoires i.i.d. suivant la loi uniforme sur $[0, 1]$. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:

$$X_n = \sqrt{\frac{12}{n}} \left(\sum_{k=1}^n U_k - \frac{n}{2} \right).$$

1. Montrer que (X_n) converge en loi vers une variable aléatoire X suivant la loi $\mathcal{N}(0, 1)$.
2. Pour $n = 12$, la définition de X_{12} se simplifie. Compléter le code suivant afin de créer un tableau contenant 10 000 simulations de X_{12} :

```

1 A = -6 * np.ones(10000)
  for i in range(10000):
    for j in range(...):
      A[i] = A[i] + ...

```

3. Tracer alors l'histogramme représentant la loi ainsi simulée.
4. On va superposer à l'histogramme, la courbe de la densité continue de la loi normale centrée réduite. Pour cela, nous allons utiliser le code suivant (à compléter) :

```

1 X = np.linspace(-6,6,...)
  B = 1/np.sqrt(...)*np.exp(...)
  plt.plot(X,B)

```

Observer et commenter

5. Comment exploiter ce qui précède pour simuler une loi normale $\mathcal{N}(-3, 10)$?