
QUINZAINE DU 17/02 AU 21/03

1 Contenu du cours

Chapitre 14 - Convergence de v.a.r. (cours et TD)

...

Chapitre 15 - Estimation (cours et début du TD)

1. Estimation ponctuelle

... convergence d'estimateur (HP).

2. Estimation par intervalle de confiance

Définition, méthode avec Bienaymé-Tchebychev, intervalle de confiance asymptotique, méthode avec théorème central limite.

2 Maths Appliquées

Chapitre A4 - Systèmes différentiels (cours et TD)

...

Chapitre A5 - Graphes probabilistes, chaîne de Markov (cours et début du TD)

2. Chaîne de Markov

... gros exemple, états stables.

3. Annexe

Astuces pour la réduction de matrices avec coefficients rationnels.

3 Maths Approfondies

Chapitre B3 - Endomorphismes symétriques (cours et TD)

...

Chapitre 13 - Calcul différentiel d'ordre 2 (cours et début du TD)

5. Mathématiques approfondies

... formule de Taylor à l'ordre 2, fonctions directionnelles et leurs dérivées.

Chapitre 14 - Convergence de v.a.r. (cours uniquement)

3. Mathématiques approfondies

Convergence en probabilités, composition par une fonction continue, somme et convergence, loi faible des grands nombres (version appro), convergence en loi et composition, pas de somme, lien entre convergence en probabilité et convergence en loi (HP).

Chapitre 15 - Estimation (cours uniquement)

3. Mathématiques approfondies

Biais d'un estimateur, estimateur asymptotiquement sans biais, convergence d'estimateur (version appro), absence de lien avec le biais même asymptotique, composition par une fonction continue, exemple d'application, une condition suffisante de convergence.

Chapitre B4 - Recherche d'extrema (cours uniquement)

1. Extrema sur un ouvert convexe

Généralisation du théorème d'extremum global pour les fonctions convexes ou concaves.

2. Extrema sous contraintes d'égalité linéaire

Position du problème, système de contraintes linéaires, système homogène associé, définition d'extremum local sous contrainte, condition nécessaire, caractérisation de l'espace des solutions homogènes, définition de point critique sous contrainte, méthodes.

4 Questions pour commencer

1. **Exemple** : en posant $Y_n = \max(X_1, \dots, X_n)$ avec $X_i \hookrightarrow \mathcal{U}([0, a])$ et en admettant $E(Y_n) = \frac{n}{n+1}$ et $E(Y_n^2) = \frac{n}{n+2}a^2$, montrer que $P(|Y_n - a| \geq \epsilon) \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} 0$.
2. **Méthode** : déterminer un intervalle de confiance de μ pour une loi $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ où σ^2 est connu (long - on pourra donner les grandes étapes puis détailler celles demandées par le colleur).
3. **Méthode** : déterminer un intervalle de confiance de asymptotique de p pour la loi $\mathcal{B}(p)$ (long - on pourra donner les grandes étapes puis détailler celles demandées par le colleur).
4. **Pour les applis** : définition d'état probabiliste puis montrer par récurrence que $V_n = V_0 M^n$.
5. **Pour les applis** : étude des états stables d'un système de Markov homogène à deux états avec probabilité de transitions a et b .
6. **Pour les appros** : sondage avec inversion de réponses aléatoires : au lieu de répondre directement à une question sensible, on lance un dé. Si le dé fait 1 on répond honnêtement, sinon on dit le contraire.
Formaliser le problème et construire un estimateur convergent de p (la proportion de personne répondant "oui" à la question sensible).
7. **Pour les appros** : démonstration de la condition suffisante de convergence pour un estimateur.
8. **Pour les appros** : étude des points critiques sous la contrainte $2x - y + z = 3$ de $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2$ (méthode au choix).