TP2B - TABLEAUX Numpy

1 Tableaux numpy

Exercice 1 ⋆⋆

En utilisant les tableaux de `numpy`, écrire en deux lignes une fonction qui prend un entier n et retourne $n!$.

Exercice 2 ⋆⋆

1. Poser un tableau contenant les racines carrées des entiers de 1 à 100 et un second contenant $\lfloor \ln(1) \rfloor$, $\lfloor \ln(2) \rfloor$,... , $\lfloor \ln(100) \rfloor$.
2. Écrire une fonction qui prend un entier n et retourne un couple (a, b) où :

$$a = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{i} \quad \text{et} \quad b = \sum_{i=1}^{n} \lfloor \ln(i) \rfloor.$$

Exercice 3 ⋆⋆⋆

Il est évident que $\sum_{k=1}^{n} \sqrt{k} \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$ (pourquoi est-ce évident ?).

1. Sans faire de boucles, construire un tableau `numpy` contenant les termes de 1 à n de la suite $\sum_{k=1}^{n} \sqrt{k}$.
2. En remarquant qu'il existe $n \leqslant 10000$ tel que $\sum_{k=1}^{n} \sqrt{k} > 10000$ (pourquoi ?), en utilisant une boucle **`while`** et le tableau précédent, déterminer ce nombre n.

Exercice 4 ⋆

Observer le résultat des commandes suivantes :

```
A = numpy.arange(1,11)
B = -1*numpy.ones(10)
B**A
A**2
```

À quoi sert la commande `**` quand on l'applique à des tableaux ?

Exercice 5 ⋆⋆

Créer, sans utiliser de boucle, un vecteur de taille u de taille 1000 dont le $n^{\text{ème}}$ élément est $\frac{(-1)^n}{n^2}$.

Exercice 6 ⋆⋆⋆

1. Observer pour $n \in [\![2, 4]\!]$, le résultat de :

```
numpy.cumprod(numpy.arange(n,0,-1) / numpy.arange(1,n+1))
```

   Que reconnaît-on ? Comment le justifier mathématiquement ?
2. Exploiter le résultat précédent pour créer une fonction `binomial(n,k)` qui prend deux entiers n et k et retourne $\binom{n}{k}$.

2 Matrices

Exercice 7 ⋆

1. Que vaut le produit du vecteur colonne $\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ par le vecteur ligne $\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$?
2. En déduire une façon de produire la matrice suivante avec `numpy` :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & 2 & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 10 & 10 & \cdots & 10 \end{pmatrix}.$$

Exercice 8 ⋆

Créer une matrice 15×15 dont tous les coefficients diagonaux valent 0 et tous les autres coefficients valent 1 **mais** ne pas utiliser de boucle pour le faire.

Exercice 9 ⋆⋆

1. Définir les matrices $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Que vaut J^2 ?
3. Soient $x, y \in \mathbb{R}$. On considère la matrice $M(x,y) = xI + yJ$.
   (a) Écrire une fonction qui prend en paramètre une matrice et qui renvoie `true` si elle a la même forme que M et `false` sinon.
   (b) Écrire une fonction qui prend en paramètre une matrice de la même forme que M et qui renvoie la valeur de x.
   (c) Écrire une fonction qui prend en paramètre une matrice de la même forme que M et qui renvoie la valeur de y.
   (d) Écrire enfin une fonction qui prend deux paramètres x et y et qui renvoie la matrice $M(x,y)$ correspondante.
4. Écrire le code suivant :

```
for x in np.linspace(-10,10,21):
  for y in np.linspace(-10,10,21):
    mat = M(x,y)
    if np.linalg.det(M(x,y)) == 0:
      print(mat)
```

Que fait ce code ? Exécutez-le. Que constatez-vous ?