

Nom :

Prénom :

3

Suites récurrentes

1. Questions de cours : On considère une suite de la forme

$$\begin{cases} u_0 \in \mathbb{R} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

où $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction donnée.

a. Qu'appelle-t-on intervalle stable par f .

.....

.....

.....

b. Si la fonction f est croissante sur un intervalle stable I que peut-on dire de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

.....

.....

.....

.....

c. Qu'appelle-t-on un point fixe de la fonction f ?

.....

.....

.....

d. Si une suite $u_{n+1} = f(u_n)$ converge vers une limite $l \in I$. Que peut-on dire de l et sous quelle condition ?

.....

.....

.....

2. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n^2 + 1}$.

- Montrer que $[0; 1]$ est stable par f .
- Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante.
- En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers un réel ℓ .
- Déterminer ℓ .

[illegible]

3. Compléter la fonction `Python` ci-dessous pour qu'elle prenne en argument un entier n et qu'elle renvoie la valeur de u_n .

```
1 def suite(n):  
2     u=...  
3     for k ...  
4         u= ...  
5     return ...
```