ECG2B
Lycée Marcelin Berthelot

Année scolaire 2023-2024
Mathématiques

Devoir maison n°4
Indications

Exercice 1

1. Si on obtient une chaîne de n « Pile » sur n lancers, on connaît exactement les résultats des n lancers. Peut-on obtenir 2 chaînes de n « Pile » ou plus sur n lancers ?
2. Ici encore, lister les successions de tirages menant à la présence d'une chaîne de $n-1$ « Pile » (il y en a deux).
3. (a) Pour $(X_{1,k}=1)$ il faut que les k premiers lancers valent .... ; mais il y a aussi une condition sur le $(k+1)$-ème !
   (b) Assez similaire mais cette fois il y a aussi une condition sur le $(i-1)$-ème.
   (c) Encore assez similaire.
   (d) Les $X_{i,k}$ *indiquent* la survenue d'un certain événement... et Y_k compte le nombre de tels événements.

Exercice 2 : Problème du collectionneur

1. Par exemple, $X_2 = 2$ ssi la seconde vignette n'est pas identique à la première. On raisonne de manière similaire pour les autres composantes des lois.
2. cf. question suivante... ce qui n'empêche pas une justification « en français » .
3. S_k est donc le temps d'attente d'un événement de probabilité... ? Ne pas oublier toutes les hypothèses qui justifient l'apparition de la loi géométrique.
4.

On donne maintenant des majorations sur les déviations à cette espérance : le temps moyen étant celui calculé ci-dessus, quelle est la probabilité qu'on doive attendre plus longtemps ?

Pour $m \in \mathbb{N}^*$, et $i \in [\![1,N]\!]$, on note $B_{i,m}$ l'événement : « au jour m, on n'a toujours pas obtenu la vignette i » .

5. Cet événement signifie que dans les m premiers paquets, la carte présente n'est pas la carte i.
6. On n'a pas toute la collection après m paquets ssi il existe une carte qui n'était dans aucun des m premiers paquets. Traduire ça correctement avec des ensembles (*i.e.* unions et intersections).
7. Se déduit de la précédente... et on l'admet si la question précédente n'a pas été résolue.
8. Se servir de $\ln(1+x) \leqslant x$ pour majorer $\exp(m\ln(1-1/N))$.
   Puis « moyenne » = espérance !