ECG2B
Lycée Marcelin Berthelot

Année scolaire 2024-2025
Mathématiques

Programme de colle n°4
Semaine du 7/10

Variables aléatoires discrètes

Pour cette semaine, tous les exercices étoilés de la feuille de TD 3.2 sur les variables discrètes sont exigibles.

Révisions de première année

- Probabilités : définitions, propriétés. Probabilités conditionnelles. Probabilités composées. SCE et probabilités totales (cas fini et cas infini dénombrable). Formule de Bayes.
- Variables aléatoires discrètes : loi, espérance, variance. Lois discrètes usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson. Interprétations ; il faut savoir reconnaître et utiliser ces lois dans des contextes « concrets » .
  Espérances et variances pour chacune de ces lois.

Couples de VAD

- Définitions : loi conjointe, lois marginales, lois conditionnelles.
- Espérance ; elle existe ssi la série $\sum_{k\in X(\Omega)} k\mathbb{P}(X=k)$ converge *absolument*. Linéarité de l'espérance. Théorème de transfert.
- Indépendance de deux VAD ; indépendance mutuelle, indépendance 2 à 2 de n VAD.
  NB : par défaut, on appelle « indépendance » l'indépendance mutuelle.
- Lemme des coalitions (admis). Corollaire : si X, Y indépendantes, alors toutes VAD de la forme $f(X)$ et $g(Y)$ sont indépendantes.
- Espérance du produit de 2 variables aléatoires indépendantes. ; de n variables aléatoires mutuellement indépendantes.
- Exemples simples de loi de la somme de deux VAD. Stabilités des lois binomiale et de Poisson. Loi du min/loi du max de VAD indépendantes (le plus souvent de même loi).

La section 6 du cours n'a pas encore été traitée, donc pas de propriétés sur variance / covariance / corrélation pour cette semaine.

Python : `numpy.random`
On importe

```
import numpy as np
import numpy.random as rd
```

On dispose alors des commandes `rd.random()`, `rd.binomial()`, `rd.randint()`, `rd.geometric()`, `rd.poisson()`.

- Modélisation d'expériences aléatoires simples à l'aide de ces commandes.
- Notamment : pour $p \in [0,1]$, l'expression « `rd.random()<p` » est vraie avec une probabilité p.