

## Programme de colle n°5 Semaine du 14/10

### Variables aléatoires discrètes

**Pour cette semaine, tous les exercices étoilés de la feuille de TD 3.2 sur les variables discrètes sont exigibles.**

#### Révisions de première année

Même programme que la semaine précédente.

#### Couples de VAD

Même programme que la semaine précédente, + :

- Variance : définition, Koenig-Huygens. Règles de calcul :  $V(aX + b) = a^2V(X)$ . Variance de la somme de deux VAD indépendantes, de  $n$  VAD mutuellement indépendantes.  
 $V(X) = 0$  ssi  $X$  presque sûrement constante.

Pour les colles de vendredi on ajoute :

#### Variance, covariance, coefficient de corrélation

- Définition : moment d'ordre  $k \in \mathbb{N}^*$ . Propriétés d'existence : si  $X$  admet un moment d'ordre 2 ( $\Leftrightarrow$  admet une variance), elle admet un moment d'ordre 1 ; si  $X$  et  $Y$  admettent 1 variance,  $X + Y$  également et  $XY$  admet une espérance (admis).
- Covariance de deux variables admettant des variances :

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$$

Bilinéarité.  $\text{Cov}(X, X) = V(X)$ .  $\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{2}(V(X+Y) - V(X) - V(Y))$ .

- Coefficient de corrélation :  $\rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$ .  $\rho(X, Y) \in [-1, 1]$  ; interprétation de son signe ;  
 $\rho(X, Y) = \pm 1 \Leftrightarrow Y = aX + b$  presque sûrement, et alors  $\rho(X, Y) = \text{signe}(a)$ .

#### Python : simulation d'expériences aléatoires

On importe

```
import numpy as np
import numpy.random as rd
```

On dispose alors des commandes `rd.random()`, `rd.binomial()`, `rd.randint()`, `rd.geometric()`, `rd.poisson()`.

- Modélisation d'expériences aléatoires simples à l'aide de ces commandes.
- Notamment : pour  $p \in [0, 1]$ , l'expression « `rd.random() < p` » est vraie avec une probabilité  $p$ .
- Savoir programmer uniquement à l'aide de `rd.random()` une fonction générant des tirages d'une loi binômiale ; d'une loi géométrique.