

Programme de colle n°4 Semaine du 13/10

Variables aléatoires discrètes

**Pour cette semaine, tous les exercices étoilés
de la feuille de TD 3.2 sur les variables discrètes sont exigibles.**

Révisions de première année

Même programme que la semaine précédente.

Couples de VAD

Même programme que la semaine précédente, + :

- Variance : définition, Koenig-Huygens. Règles de calcul : $V(aX + b) = a^2V(X)$. Variance de la somme de deux VAD indépendantes, de n VAD mutuellement indépendantes.
 $V(X) = 0$ ssi X presque sûrement constante.

Pour les colles de vendredi on ajoute :

Variance, covariance, coefficient de corrélation

- Définition : moment d'ordre $k \in \mathbb{N}^*$. Propriétés d'existence : si X admet un moment d'ordre 2 ($\Leftrightarrow$ admet une variance), elle admet un moment d'ordre 1 ; si X et Y admettent 1 variance, $X + Y$ également et XY admet une espérance (admis).
- Covariance de deux variables admettant des variances :

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$$

Bilinéarité. $\text{Cov}(X, X) = V(X)$. $\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{2}(V(X + Y) - V(X) - V(Y))$.

- Coefficient de corrélation : $\rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$. $\rho(X, Y) \in [-1, 1]$; interprétation de son signe ;
 $\rho(X, Y) = \pm 1 \Leftrightarrow Y = aX + b$ presque sûrement, et alors $\rho(X, Y) = \text{signe}(a)$.

Python : simulation d'expériences aléatoires

On importe

```
import numpy as np
import numpy.random as rd
```

On dispose alors des commandes (vues en ECG1) `rd.random()`, `rd.binomial()`, `rd.randint()`, `rd.geometric()`, `rd.poisson()`.

- Modélisation d'expériences aléatoires simples à l'aide de ces commandes.
- Notamment : pour $p \in [0, 1]$, l'expression « `rd.random() < p` » est vraie avec une probabilité p .