

# Programme des colles des semaines S11 et S12

## Chapitre : Applications linéaires

Tout le programme de la précédente quinzaine est à connaître.

## Chapitre : Réduction des endomorphismes

### 1. Eléments propres d'un endomorphisme

- Valeur propre, vecteur propre, spectre (d'un endomorphisme, d'une matrice)
- Prop :  $\lambda$  est valeur propre de  $f$  ssi  $f - \lambda Id$  n'est pas injectif (de  $A$  ssi  $A - \lambda I$  n'est pas inversible).
- Valeurs propres d'une matrice triangulaire
- Interprétation de l'ensemble des vecteurs vérifiant  $f(u) = \lambda u$  comme le noyau d'un endomorphisme ; définition du sous-espace propre associé à  $\lambda$  (version matricielle également).

### 2. Polynôme en une matrice

- définition d'un polynôme annulateur
- Prop : si  $P$  est un polynôme annulateur de  $A$  et si  $\lambda$  est une valeur propre de  $A$ , alors  $P(\lambda) = 0$ .

### 3. Diagonalisation

- Définition de la diagonalisabilité d'un endomorphisme, expression de sa matrice dans une base de vecteurs propres
- Définition de la diagonalisabilité d'une matrice
- Prop : des vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes forment une famille libre.
- Corollaire : cas où  $f$  a  $n$  valeurs propres distinctes (en dimension  $n$ )
- Prop : famille formée par la réunion de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes.
- Prop : caractérisation de la diagonalisabilité par la somme des dimensions des sous-espaces propres.
- Prop : une matrice symétrique est diagonalisable.

Pas de question de cours cette quinzaine.