

Programme des colles des semaines S11 et S12

Chapitre : Applications linéaires

Tout le programme de la précédente quinzaine est à connaître.

Chapitre : Réduction des endomorphismes

1. Eléments propres d'un endomorphisme

- Valeur propre, vecteur propre, spectre (d'un endomorphisme, d'une matrice)
- Prop : λ est valeur propre de f ssi $f - \lambda Id$ n'est pas injectif (de A ssi $A - \lambda I$ n'est pas inversible).
- Valeurs propres d'une matrice triangulaire
- Interprétation de l'ensemble des vecteurs vérifiant $f(u) = \lambda u$ comme le noyau d'un endomorphisme ; définition du sous-espace propre associé à λ (version matricielle également).

2. Polynôme en une matrice

- définition d'un polynôme annulateur
- Prop : si P est un polynôme annulateur de A et si λ est une valeur propre de A , alors $P(\lambda) = 0$.

3. Diagonalisation

- Définition de la diagonalisabilité d'un endomorphisme, expression de sa matrice dans une base de vecteurs propres
- Définition de la diagonalisabilité d'une matrice
- Prop : des vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes forment une famille libre.
- Corollaire : cas où f a n valeurs propres distinctes (en dimension n)
- Prop : famille formée par la réunion de bases de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes.
- Prop : caractérisation de la diagonalisabilité par la somme des dimensions des sous-espaces propres.
- Prop : une matrice symétrique est diagonalisable.

Pas de question de cours cette quinzaine.