

Programme des colles des semaine S1-S2

Description du programme

Chapitre : Comparaison des fonctions et Développements limités

Ce chapitre est tout d'abord l'occasion de faire des révisions sur les études de fonctions ; entre autres :

- Calcul de dérivées, limites usuelles
- Théorème de la bijection continue et ses applications

Dans le chapitre proprement dit :

- DL1 en 0 de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto e^x$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$
- Négligeabilité d'une fonction devant une autre
 - Définition, notation o , caractérisation par le quotient
 - Règles d'utilisation (somme, produit, produit par une constante)
 - Reformulation des croissances comparées en $+\infty$
- Équivalence de deux fonctions
 - Définition, caractérisation par le quotient
 - Si $f = g_1 + g_2$, avec $g_2 = o_{x_0}(g_1)$, alors $f \sim_{x_0} g_1$.
 - Fonctions usuelles : équivalents en 0 de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto e^x - 1$, $x \mapsto (1+x)^\alpha - 1$; lien avec les DL1.
 - Fonctions admettant une limite finie non nulle
 - Polynômes en $\pm\infty$ et 0
 - Règles d'utilisation (produit, quotient)
 - “Changement de variable”
- Développement limité à l'ordre 2 (**en deuxième semaine seulement**)
 - Définition d'un DLn
 - DL2 : formule de Taylor-Young
 - DL2 en 0 de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto e^x - 1$, $x \mapsto (1+x)^\alpha - 1$
 - Exemples simples de sommes, produits, changements de variable
 - Application : position d'une courbe par rapport à sa tangente
- Études de fonctions
- Application de l'étude des fonctions à l'étude de suites définies :
 - de manière implicite (par exemple par une relation de type $f(u_n) = n$).
 - par une relation de récurrence ;

Questions de cours

- **Négligeabilité :**

- Définition
- Caractérisation par le quotient
- Montrer que : si $f_1 = o_{x_0}(g)$ et $f_2 = o_{x_0}(g)$, alors $f_1 + f_2 = o_{x_0}(g)$.

- **Équivalence :**

- Définition
- Caractérisation par le quotient
- Équivalent usuels en 0 : $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto e^x - 1$, $x \mapsto (1+x)^\alpha - 1$

- **Équivalence :**

- Définition
- Caractérisation par le quotient
- Montrer que si $f = g_1 + g_2$, avec $g_2 = o_{x_0}(g_1)$, alors $f \sim_{x_0} g_1$.

- **DL2 :**

- Formule de Taylor-Young
- DL2 des trois fonctions usuelles
- Obtention de l'un d'eux par la formule de Taylor-Young