

Programme des colles des semaines S5 et S6

Chapitre : Couple de variables aléatoires discrètes

Le cours de première année sur les variables aléatoires discrètes est à connaître, en particulier les lois usuelles.

1. Loi d'un couple de variables aléatoires (loi conjointe).
 - (a) Lois marginales, lois conditionnelles.
 - (b) Obtention d'une marginale à partir de la loi du couple, d'une marginale à partir de l'autre marginale et d'une loi conditionnelle.
2. Indépendance de deux variables aléatoires.
3. Fonction d'un couple de variables aléatoires.
 - (a) Exemple de détermination de loi de v.a. du type $g(X, Y)$
 - (b) Formule de transfert
4. Covariance et coefficient de corrélation
 - (a) Définition
 - (b) Formule de Koenig-Huygens
 - (c) Propriétés de la covariance (symétrie, linéarité à gauche et à droite, cas où l'une des v.a. est constante)
 - (d) Expression de la variance d'une somme en fonction de la variance de chaque v.a. et de la covariance
 - (e) Cas de deux v.a. indépendantes (espérance du produit, covariance, variance de la somme)
 - (f) Coefficient de corrélation
5. Somme et maximum de deux variables aléatoires (**en deuxième semaine uniquement**)
 - Exemples de calculs de lois de sommes
 - La somme de deux binomiales indépendantes est une binomiale
 - La somme de deux Poisson indépendantes est une Poisson
 - Maximum et minimum deux variables aléatoires, exemples
6. Suites de variables aléatoires (**en deuxième semaine uniquement**)
 - (a) Indépendance mutuelle
 - (b) Lemme des coalitions
 - (c) Espérance de la somme
 - (d) Variance de la somme dans le cas où les variables aléatoires sont indépendantes.

Questions de cours

- Calcul de l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique ou une loi de Poisson.
- **Covariance** : définition ; formule de Huygens ; énoncé des propriétés ; démonstration de la linéarité à gauche.
- **Variance de la somme de deux v.a.** : énoncé et démonstration de la formule ; cas où les v.a. sont indépendantes.
- Énoncer les propriétés de stabilité par somme de la loi de Poisson et binomiale ; démonstration pour la loi de Poisson. (**en deuxième semaine uniquement**)