Programme des colles des semaine S1-S2

Description du programme

Chapitre : Comparaison des fonctions et Développements limités

Ce chapitre est tout d'abord l'occasion de faire des révisions sur les études de fonctions ; entre autres :

- Calcul de dérivées, limites usuelles
- Théorème de la bijection continue et ses applications

Dans le chapitre proprement dit :

- DL1 en 0 de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto e^x$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$
- Négligeabilité d'une fonction devant une autre
  - Définition, notation o, caractérisation par le quotient
  - Règles d'utilisation (somme, produit, produit par une constante)
  - Reformulation des croissances comparées en $+\infty$
- Équivalence de deux fonctions
  - Définition, caractérisation par le quotient
  - Si $f = g_1 + g_2$, avec $g_2 = \underset{x_0}{o}(g_1)$, alors $f \underset{x_0}{\sim} g_1$.
  - Fonctions usuelles : équivalents en 0 de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto e^x - 1$, $x \mapsto (1+x)^\alpha - 1$; lien avec les DL1.
  - Fonctions admettant une limite finie non nulle
  - Polynômes en $\pm\infty$ et 0
  - Règles d'utilisation (produit, quotient)
  - "Changement de variable"
- Développement limité à l'ordre 2
  - Définition d'un DLn
  - DL2 : formule de Taylor-Young
  - DL2 en 0 de $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto e^x - 1$, $x \mapsto (1+x)^\alpha - 1$
  - Exemples simples de sommes, produits, changements de variable
  - Application : position d'une courbe par rapport à sa tangente
- En semaine 2 : application de l'étude des fonctions à l'étude de suites définies :
  - par une relation de récurrence ;
  - de manière implicite (par exemple par une relation de type $f(u_n) = n$).

Questions de cours

- **Négligeabilité :**
  - Définition
  - Caractérisation par le quotient
  - Montrer que : si $f_1 = \underset{x_0}{o}(g)$ et $f_2 = \underset{x_0}{o}(g)$, alors $f_1 + f_2 = \underset{x_0}{o}(g)$.
- **Équivalence :**
  - Définition
  - Caractérisation par le quotient
  - Équivalent usuels en 0 : $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto e^x - 1$, $x \mapsto (1+x)^\alpha - 1$
- **Équivalence :**
  - Définition
  - Caractérisation par le quotient
  - Montrer que si $f = g_1 + g_2$, avec $g_2 = \underset{x_0}{o}(g_1)$, alors $f \underset{x_0}{\sim} g_1$.
- **DL2 :**
  - Formule de Taylor-Young
  - DL2 des trois fonctions usuelles
  - Obtention de l'un d'eux par la formule de Taylor-Young