
Semaine de colle 2 du 21/09/2026 au 25/09/2026

Programme :

1. Chapitre 1 : Compléments sur les espaces vectoriels
 - (a) Espaces vectoriels
 - i. Espaces vectoriels
 - ii. Sous-espaces vectoriels
 - (b) Familles de vecteurs
 - i. Familles libres, génératrices, bases
 - ii. Matrice d'une famille de vecteurs dans une base
 - iii. Dimension, rang d'une famille de vecteurs
 - (c) Somme de sous-espaces vectoriels
 - i. Somme de deux sous-espaces : Définition, somme directe, espaces supplémentaires, caractérisation en dimension finie.
 - ii. Somme de p sous-espaces : Définition, somme directe, espaces "supplémentaires", caractérisation en dimension finie
2. Révision sur les applications linéaires
 - (a) Savoir montrer qu'une application est linéaire.
 - (b) Savoir déterminer le noyau d'une application linéaire dans des cas en petite dimension et conclure quand à l'injectivité de f .
 - (c) Savoir déterminer l'image et le rang d'une application linéaire en petite dimension et conclure quand à la surjectivité de f .
3. **Chapitre 2 : Sommes, Séries**
 - (a) Sommes usuelles : Binôme de Newton, $\sum k$, $\sum k^2$, $\sum k^3$, $\sum q^k$
 - (b) Sommes doubles : $\sum_{1 \leq i, j \leq n}$, $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n}$, $\sum_{1 \leq i < j \leq n}$.
 - (c) Séries
 - i. Définitions somme partielle, convergence d'une série, somme d'une série, divergence grossière. Séries télescopiques!
 - ii. Séries de référence : Riemann, Géométriques (classique, dérivée première, dérivée seconde), Exponentielle.
 - iii. Critère de convergence des séries à termes positifs, convergence absolue
 - (d) Séries doubles

Exemples de question de cours

1. Soit $\mathcal{F} = (u_1, \dots, u_p)$. Donner la définition de $\mathcal{F}$ est libre
2. Soit $\mathcal{F} = (u_1, \dots, u_p)$. Donner la définition de $\mathcal{F}$ est génératrice
3. Soient F et G deux sous-espaces vectoriel d'un espace E . Donner la définition de $F + G$. A quelle condition cette somme est-elle directe? Donner la définition de F et G sont supplémentaires.
4. Soient F et G deux sous-espaces vectoriels d'un espace E . Montrer que $F + G$ est un sous-espace vectoriel de E .

5. Donner les caractérisations de F et G sont supplémentaires dans E en dimension finie (Thm 3.1.5)
6. Soient $(F_i)_{1 \leq i \leq p}$ une famille de sous-espace vectoriels d'un espace vectoriel E . Donner la définition de $F_1 + F_2 + \dots + F_p$. Donner la définition de la somme $\sum_{i=1}^p F_i$ est directe.
7. Formules de sommes usuelles
8. A quelle condition $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ converge ?
9. Somme des séries usuelles.

Note aux colleurs : Rien de théorique sur les familles sommables ne peut être demandé aux élèves donc pour les séries doubles il s'agit uniquement de calcul en justifiant la convergence rapidement.