

---

Semaine de colle 5 du 12/10/2026 au 16/10/2026

---

**Programme :**

**1. Chapitre 4 : Applications linéaires**

- (a) Définitions : application linéaire, noyau, image.
- (b)  $f$  injective ssi  $\ker(f) = \{0_E\}$ ,  $\text{Im}(f) = \text{Vect}(f(e_1), \dots, f(e_n))$ .
- (c) théorème du rang et corollaire : si  $E$  et  $F$  de même dimension  $f$  injective  $\Leftrightarrow f$  surjective  $\Leftrightarrow f$  bijective.
- (d) Projection et symétrie
- (e) Matrice d'une application linéaire, matrice de passage, formules de changement de base.
- (f) Trace d'une matrice carrée : définition, propriétés,
- (g) Rang d'une matrice : Image d'une matrice, Noyau d'une matrice, théorème du rang pour les matrices. Matrices semblables
- (h) Matrice de projecteurs dans une base adaptée
- (i) Polynôme d'endomorphisme/de matrice : définition, polynôme annulateur
- (j) Sous-espaces stables par une application : définition, ex :  $\ker(P(f))$ ,  $\text{Im}(P(f))$ , conséquence sur la matrice de  $f$  dans une base adaptée.

**2. Chapitre 5 : Réduction des endomorphismes et des matrices carrées**

- (a) Valeurs propres, vecteurs propres, espaces propres d'un endomorphisme/d'une matrice : définition, caractérisation par le noyau/le rang
- (b) Recherche d'éléments propres
  - i. Cas des matrices  $2 \times 2$
  - ii. Cas des matrices triangulaires
  - iii. Avec un polynôme annulateur : si  $P$  est un polynôme annulateur de  $f$  (ou de  $A$ ) alors les valeurs propres de  $f$  (ou  $A$ ) sont des racines de  $P$

**Exemples de question de cours**

- 1. Donner la définition de  $\ker(f)$  et de  $\text{Im}(f)$
- 2. A quelle condition une application linéaire est-elle injective ?
- 3. Donner la définition de  $\lambda$  est une valeur propre de  $f$ .
- 4. Donner la définition de  $\lambda$  est un vecteur propre de  $f$ .
- 5. Énoncer le théorème du rang.

**Remarque aux colleurs :**

- Les déterminants (à part pour les matrices  $2 \times 2$ ) et donc les polynômes caractéristiques ne sont pas au programme d'ECG.
- Pour l'instant nous n'avons fait que du cours sur la réduction et pas encore d'exercice, ils seront faits en début de semaine.