
Semaine de colle 6 du 02/11/2026 au 06/11/2026

Programme :

1. **Chapitre 4 : Applications linéaires (Rappels)**
2. **Chapitre 5 : Réduction des endomorphismes et des matrices carrées**
 - (a) Valeurs propres, vecteurs propres, espaces propres d'un endomorphisme/d'une matrice : définition, caractérisation par le noyau/le rang
 - (b) Recherche de valeurs propres
 - i. Cas des matrices 2×2
 - ii. Cas des matrices triangulaires
 - iii. Avec un polynôme annulateur : si P est un polynôme annulateur de f (ou de A) alors les valeurs propres de f (ou A) sont des racines de P
 - iv. Recherche "à vue" : $A - \lambda I_n$ non inversible (car lien entre les lignes ou les colonnes),
$$A \times \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$
 si la somme des termes de chaque ligne est toujours la même.
 - v. Cas général : échelonnement de $A - \lambda I_n$
 - (c) Détermination des espaces propres
 - (d) Propriétés : sous-espaces propres stables, les sous-espaces propres sont en somme directe, nombre de valeur propre max, somme des dimensions des espaces propres $\leq n$
 - (e) Réduction : Définition f diagonalisable, A diagonalisable, Théorème 2.1.3 : critère de diagonalisabilité avec la dimension des sous-espaces propres

Exemples de question de cours

1. Donner la définition de $\ker(f)$ et de $\text{Im}(f)$
2. A quelle condition une application linéaire est-elle injective ?
3. Donner la définition de λ est une valeur propre de f .
4. Donner la définition de λ est un vecteur propre de f .
5. Énoncer le théorème du rang.
6. Quelles sont les valeurs propres d'une matrice triangulaire ?
7. Quelle équation doit vérifier une valeur propre d'une matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$?

Remarque aux colleurs :

- Les déterminants (à part pour les matrices 2×2) et donc les polynômes caractéristiques ne sont pas au programme d'ECG.