
Bilan Semestre 1

1 Logique, Ensembles, Polynômes

1.1 Méthode de raisonnement

Méthode 1.1. Pour montrer que deux propositions P et Q sont équivalentes on peut raisonner par double implication : c'est-à-dire montrer que $P \Rightarrow Q$ et que $Q \Rightarrow P$.

- Voir TD2 ex14 par exemple

Méthode 1.2. Pour montrer que deux ensembles A et B sont égaux, on peut raisonner par double inclusion : c'est-à-dire montrer que $A \subset B$ et $B \subset A$, donc montrer que tout élément de A est dans B et inversement.

- Voir TD2, ex13 par exemple

Méthode 1.3. Le raisonnement par récurrence **si** on a une relation de récurrence entre nos termes : par exemple sur des suites récurrentes, sur des puissances de matrices ($A^{n+1} = A \times A^n$),..

- Pour s'entraîner à la récurrence : TD1 ex19

Méthode 1.4. Le raisonnement par contraposée, le raisonnement par l'absurde.

- Pour s'entraîner : TD2 ex15 (contraposée), ex16 (absurde)

1.2 Polynômes

Proposition 1.2.1. Soient P et Q deux polynômes alors :

- $\deg(PQ) = \deg(P) + \deg(Q)$
- Si $\lambda \neq 0$, $\deg(\lambda P) = \deg(P)$
- $\deg(P + Q) \leq \max(\deg P, \deg Q)$ avec égalité si $\deg P \neq \deg Q$.

Méthode 1.5. Calcul du reste de la division euclidienne d'un polynôme P par un polynôme A de degré 2 :

- Par division euclidienne il existe Q et $R \in \mathbb{R}[x]$ tels que $P = AQ + R$ (*) avec $\deg R < \deg A$ donc $\deg R \leq 1$,
- Donc $R = ax + b$ il reste à trouver a et b
- On détermine les racines r_1 et r_2 de A .
- On évalue (*) en r_1 et r_2 cela permet de déterminer a et b .

Attention : Si A est de degré 3 R sera de degré au plus 2 donc de la forme $ax^2 + bx + c$

- Pour s'entraîner : TD4 exercice 6

Proposition 1.2.2. a est une racine de $P \Leftrightarrow P(a) = 0 \Leftrightarrow (x - a)$ divise P

Proposition 1.2.3. a est une racine d'ordre n de $P \Leftrightarrow (x - a)^n$ divise P mais $(x - a)^{n+1}$ ne divise pas $P \Leftrightarrow P(a) = P'(a) = \dots = P^{(n-1)}(a) = 0$ et $P^{(n)}(a) \neq 0$

- Pour regarder la multiplicité d'une racine : Chapitre 4 Exemple 3.0.2

Proposition 1.2.4. Un polynôme de degré au plus n possède au plus n racines distinctes. Donc si $\deg P \leq n$ et que l'on trouve $n + 1$ racines ou une infinité de racines alors $P = 0$.

2 Etude de Fonction

2.1 Continuité, Dérivabilité

2.1.1 Montrer qu'une fonction est continue/dérivable.

$f(x)$	$\mathcal{D}_f$	$f'(x)$	Dérivabilité	$f \circ u$	$(f \circ u)'$
x^n	$\mathbb{R}$ ou $\mathbb{R}^*$	$n \times x^{n-1}$	$\mathbb{R}$ ou $\mathbb{R}^*$	u^n	$nu'u^{n-1}$
$\sqrt{x}$	$]0; +\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$	$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$
$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{u^n}$	$\frac{-nu'}{u^{n+1}}$
e^x	$\mathbb{R}$	e^x	$\mathbb{R}$	e^u	$u'e^u$
$\ln(x)$	$]0; +\infty[$	$\frac{1}{x}$	$]0; +\infty[$	$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(u)$	$-u'\sin(u)$
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$\sin(u)$	$u'\cos(u)$
$\tan(x)$	$]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$	$\tan(u)$	$u'(1 + \tan^2(u))$
$\arctan(x)$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$	$\arctan(u)$	$\frac{u'}{1+u^2}$
$ x $	$\mathbb{R}$	$\begin{cases} 1 \text{ si } x > 0 \\ -1 \text{ si } x < 0 \end{cases}$	$\mathbb{R}^*$	$ u $	$\pm u'$
$[x]$	$\mathbb{R}$	0	$\mathbb{R} \setminus \mathbb{N}$		

Méthode 2.1. Pour montrer qu'une fonction est continue :

- S'il n'y a qu'une formule on la décompose en somme/produit/quotient/composée de fonctions usuelles continues
- S'il y a un changement en un point, on justifie la continuité sur l'intervalle le plus grand possible à l'aide du premier point puis on regarde les limites à gauche/à droite du nombre où il y a un changement de formule.

Méthode 2.2. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, $a \in I$, si f est continue sur $I \setminus \{a\}$. Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe alors on peut prolonger f par continuité en a en posant $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$. Cela donne une nouvelle fonction que l'on nomme généralement f également.

Méthode 2.3. Pour montrer qu'une fonction est dérivable :

- S'il n'y a qu'une formule on la décompose en somme/produit/quotient/composée de fonctions usuelles continues
- S'il y reste des points isolés (point de changement de formule, point où la dérivabilité n'est pas évidente) : on regarde si la limite du taux d'accroissement $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ existe.

Méthode 2.4. Soit I un intervalle et $a \in I$ si une fonction f est continue sur I , dérivable sur $I \setminus \{a\}$ et telle que $\lim_{x \rightarrow a} f'(x)$ existe alors f est dérivable en a et $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} f'(x)$. Cela permet également de montrer que f est dérivable en un point.

Vous pouvez regarder les exercices :

- TD3 Exercice 1 pour la détermination d'un domaine de définition, continuité, dérivabilité et calcul de dérivée
- TD9 Exercice 2 pour justifier qu'une fonction est dérivable notamment en un point particulier
- Chap 9 Exemple 3.4.1 pour l'utilisation des prolongements.

2.1.2 Théorèmes importants

Méthode 2.5. Pour montrer qu'une équation du type $g(x) = a$ avec $a \in \mathbb{R}$ admet **une unique solution** on peut utiliser le théorème de la bijection : "Si f est continue et strictement monotone sur un intervalle I alors f réalise une bijection de I dans $f(I)$ " ainsi si $a \in f(I)$ alors il admet un unique antécédent par f .

Méthode 2.6. Pour montrer qu'une équation du type $g(x) = c$ avec $a \in \mathbb{R}$ admet **au moins une solution** on peut utiliser le théorème des valeurs intermédiaires : "Si f est continue sur un intervalle $[a, b]$ alors si $c \in [f(a), f(b)]$ alors c admet un antécédent par f dans $[a, b]$.

Vous pouvez regarder

- Pour l'utilisation du théorème de la bijection le TD7 Exercice 12
- Pour l'utilisation du TVI le TD7 exercice 7 ou 8
- Pour l'association du théorème de la bijection et du TVI le TD10 ex21.

Méthode 2.7. Pour montrer que la dérivée d'une fonction s'annule au moins une fois, ou pour limiter le nombre de solution de l'équation $f(x) = 0$ on peut utiliser le théorème de Rolle : "si f est continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$ et telle que $f(a) = f(b)$ alors il existe $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$ ".

Méthode 2.8. Pour montrer certaines inégalités de fonctions, on peut parfois utiliser l'inégalité des accroissements finis "si f continue sur $[a, b]$ dérivable sur $]a, b[$ alors si $\forall t \in]a, b[, m \leq f'(t) \leq M$ alors $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$

Vous pouvez regarder

- Pour l'utilisation du théorème de Rolle : le Chapitre 9 exemple 4.2.1
- Pour l'utilisation de l'inégalité des accroissements finis : le TD9 exercice 10

Bilan étude complète de fonction : regarder TD9 Ex 8

2.2 Calculs de limites

Proposition 2.2.1 (Limites usuelles).

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

Proposition 2.2.2 (Croissances comparées).

Si $\alpha > 0$ et $\beta > 0$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^\alpha(x)}{x^\beta} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{e^x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha \ln^\beta(x) = 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{e^x} = 0$

Méthode 2.9. Pour calculer une limite avec une forme indéterminée :

- Si un terme semble l'emporter sur un autre (exp, plus grande puissance,...) on factorise et on simplifie ou utilise les croissances comparées.
- S'il y a une somme ou une différence avec des racines carrées on peut multiplier et diviser par l'expression conjuguée.
- On peut aussi regarder si on a une des limites usuelles à l'aide d'un changement de variable.

- Pour s'entraîner : TD7 Ex1, 3

2.3 Intégration

Proposition 2.3.1 (Primitives usuelles).

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$u'u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$	$\frac{u'}{u}$	$\ln(u)$
e^x	e^x	$u'e^u$	e^u
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$u' \cos(u)$	$\sin(u)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$u' \sin(x)$	$-\cos(u)$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x)$	$\frac{u'}{1+u^2}$	$\arctan(u)$
$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$	$\frac{u'}{\cos^2(u)}$	$\tan(u)$
$1 + \tan^2(x)$	$\tan(x)$	$u'(1 + \tan^2(u))$	$\tan(u)$

- Pour s'entraîner au calcul de primitives, d'intégrales : TD11 Exercices 1 et 2

Méthode 2.10. On peut calculer certaines intégrales à l'aide de l'intégration par partie :
 ” $\int_a^b u(t)v'(t)dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t)dt$ ”

- Pour s'entraîner à l'intégration par parties : TD11 Exercices 3

Méthode 2.11. On peut calculer certaines intégrales avec un changement de variable (donné en général). Pour calculer $\int_a^b f(x)dx$ il y a deux type de changement de variables possibles :

- Soit on pose $x = \varphi(t)$ alors on cherche les nouvelles bornes de l'intégrale en résolvant $\varphi(t) = a$ et $\varphi(t) = b$, puis on remplace les x par $\varphi(t)$ et le dx par $\varphi'(t)dt$.
- Soit on pose $t = \varphi(x)$ alors les nouvelles bornes sont $\varphi(a)$ et $\varphi(b)$ puis on calcule $dt = \varphi'(x)dx$ et si nécessaire on fait apparaître le $\varphi'(x)dx$ dans l'intégrale avant de remplacer tous les x par les t . Si possible pour simplifier les calculs si φ est bijective et que l'on connaît sa bijection réciproque alors on peut utiliser $x = \varphi^{-1}(t)$

- Pour s'entraîner au changement de variables : TD11 Exercices 4 et 5

Méthode 2.12. Pour calculer l'intégrale d'une fonction définie par morceaux on peut utiliser la relation de Chasles

- Pour l'utilisation de la relation de Chasles sur les intégrales : Chapitre 11 Exemple 2.0.3

3 Suites

3.1 Suites usuelles

3.1.1 Suites arithmétiques

Méthode 3.1. Une suite (u_n) est arithmétique si il existe $r \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + r$. Donc pour montrer que (u_n) est arithmétique on calcule $u_{n+1} - u_n$ et on vérifie que c'est une constante. Et alors $u_n = u_{n_0} + r(n - n_0)$ pour tout $n \geq n_0$.

- Voir TD1 Exercice 2

3.1.2 Suites géométriques

Méthode 3.2. Une suite (u_n) est géométrique si il existe $q \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = q \times u_n$. Donc pour montrer que (u_n) est géométrique soit $u_n \neq 0$ pour tout n et on calcule $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ et on vérifie que c'est une constante, soit si on ne peut pas vérifier que $u_n \neq 0$ on part de u_{n+1} et on essaie de montrer que $u_{n+1} = qu_n$. Et alors $u_n = u_{n_0} \times q^{n-n_0}$ pour tout $n \geq n_0$.

- Voir TD1 Exercice 4

3.1.3 Suites arithmético-géométriques

Méthode 3.3. Une suite (u_n) est arithmético-géométrique si il existe $a, b \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = a \times u_n + b$. Alors :

- On résout $x = ax + b$ on note la solution α
- On pose alors $v_n = u_n - \alpha$
- On montre que (v_n) est géométrique de raison a
- On calcule $v_0 = u_0 - \alpha$
- On en déduit l'expression de v_n en fonction de n
- On en déduit l'expression de u_n en fonction de n

- Voir TD1 Exercice 6 question 3 ou Exercice 7 question 1

3.1.4 Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Méthode 3.4. Une suite (u_n) est récurrente linéaire d'ordre 2 si il existe $a, b \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = a \times u_{n+1} + bu_n$. Alors :

- On résout $x^2 = ax + b$
- Si l'équation a 2 racines x_1 et x_2 on a $u_n = Ax_1^n + Bx_2^n$, si l'équation a une unique racine x_0 , on a $u_n = (An + B)x_0^n$
- Il reste à trouver A et B , pour cela on utilise les premiers termes donnés de la suite.

- Voir TD1 Exercice 7 question 2 et 3, Exercice 9

3.1.5 Suites adjacentes

Méthode 3.5. On dit que les deux suites (u_n) et (v_n) sont **adjacentes** si et seulement si :

1. la suite (u_n) est croissante
2. la suite (v_n) est décroissante
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = 0$

Deux suites adjacentes sont alors toutes les deux convergentes vers la même limite

- Pour les suites adjacentes : TD10 Ex18 et 19

3.2 Sommes usuelles

Soit $n \in \mathbb{N}$:

1. Somme de constante :

$$\sum_{k=p}^n C = C \times (n - p + 1)$$

2. Somme des entiers :

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

3. Somme des carrés :

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

4. Somme des cubes :

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

5. Somme géométrique :

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

- Pour s'entraîner au calcul de sommes : TD1 ex 12 et 13 et exemples du chapitre intermédiaire sur Sommes et Produits

3.3 Suites numériques

3.3.1 Limites de suites

Théorème 3.3.1 (Limites usuelles).

1. Si $q > 1$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$
2. Si $|q| < 1$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln(n) = +\infty$
4. Si $\alpha > 0$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = +\infty$

Théorème 3.3.2 (Croissances comparées). On a les résultats suivants :

1. Soit $\alpha > 0$ et $\beta \in \mathbb{R}$. On a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\ln n)^\beta}{n^\alpha} = 0$$

2. Soit $\alpha > 0$ et $q > 1$. On a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\alpha}{q^n} = 0$$

3. Soit $q > 1$. On a :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{q^n}{n!} = 0$$

- Pour s'entraîner au calcul de limites/résolution de formes indéterminées reprendre TD10 exercices 2 et 3

Méthode 3.6. Pour calculer une limite on peut utiliser le théorème d'encadrement ou le théorème de comparaison également.

3.3.2 Résultats généraux, suites $u_{n+1} = f(u_n)$

Méthode 3.7. Pour montrer qu'une suite est croissante (ou décroissante) on calcule $u_{n+1} - u_n$ ou si $u_n \neq 0$ pour tout n , $\frac{u_{n+1}}{u_n}$. Si on a $u_{n+1} = f(u_n)$ on peut également étudier le signe de $g : x \mapsto f(x) - x$

Méthode 3.8. Pour montrer qu'une suite converge sans pouvoir calculer sa limite on peut utiliser le théorème de la limite monotone :

- Si (u_n) est croissante majorée alors elle converge
- Si (u_n) est décroissante minorée alors elle converge

Méthode 3.9. Si (u_n) est une suite récurrente définie de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$. Alors on peut montrer que si (u_n) converge vers une limite ℓ , ℓ vérifie, $\ell = f(\ell)$. Cela permet de trouver la limite possible. Puis conclure soit avec le théorème de la limite monotone en étudiant la monotonie de la suite, soit utiliser l'inégalité des accroissements finis.

- Pour l'étude de suite récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$ TD10 exercices 4, 5 (théorème de la limite monotone), 20 (accroissements finis)

4 Matrices

4.1 Calcul de l'inverse

Méthode 4.1. Si $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, alors A inversible ssi $ad - bc \neq 0$ et alors

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Méthode 4.2. Si A est une matrice **triangulaire** alors A est inversible ssi ses pivots (termes diagonaux) sont tous non nuls. Attention cela ne donne pas l'inverse.

Méthode 4.3. Si l'énoncé dit "Montrer que A est inversible et que $A^{-1} = B = \dots$ " il suffit de faire le calcul $AB = BA = I_n$. Alors on aura bien A inversible et $A^{-1} = B$.

Méthode 4.4. Si l'on a un polynôme annulateur, c'est-à-dire si l'on a montré par exemple que $A^2 + 3A - 2I_3 = 0_3$. Alors on isole l'identité puis on factorise par A .

- Voir Chapitre 5 exemple 3.2.1

Méthode 4.5. En dernier recours, on peut faire un pivot de Gauss

- Voir Chapitre 5 exemple 4.3.2

4.2 Calcul des puissances

Méthode 4.6. Si $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & d_n \end{pmatrix}$. Alors $D^n = \begin{pmatrix} d_1^n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2^n & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & d_n^n \end{pmatrix}$

Méthode 4.7. On peut regarder les premières puissances de A et essayer de trouver une formule générale.

- Par exemple Chapitre 5 exemple 3.1.1

Méthode 4.8. Si l'on a un polynôme annulateur, c'est-à-dire si l'on a montré par exemple que $A^2 + 3A - 2I_3 = 0_3$. Donc le polynôme annulateur est $X^2 + 3X - 2$. Alors on cherche le reste dans la division euclidienne de X^n par $X^2 + 3X - 2$ puis on évalue en A

- Voir TD5 Exercice 4 par exemple

Méthode 4.9. Si $A = aI_n + N$ avec N telle que N^2 ou $N^3 = 0$ ou bien telle que les puissances de N se calculent facilement, alors on peut utiliser le binôme de Newton : si $MN = NM$ alors $(M + N)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} M^{n-k} N^k$.

- Voir Chapitre 5 exemple 3.1.2

Méthode 4.10. En exercice guidé :

1. On montre que $A = PDP^{-1}$ avec P une matrice inversible et D une matrice diagonale.
2. On montre alors que $A = PD^n P^{-1}$ par récurrence
3. Enfin D étant diagonale D^n se calcule facilement, il ne reste donc qu'à calculer $PD^n P^{-1}$.

- Reprendre le problème 1 du DS3

5 Probabilités

5.1 Cas général

Méthode 5.1. Lorsque l'on a un énoncé avec des événements successifs (DM 6 :M Mathilde et la nage) il est conseillé de faire un arbre de probabilité résumant le passage du jour n au jour $n + 1$

Méthode 5.2. Pour trouver le lien entre la probabilité au jour $n + 1$ et la probabilité au jour n on utilise la formule des probabilités totales : Si $(A_k)_{k \in I}$ est un système complet d'événements alors pour tout événement B ,

$$P(B) = \sum_{k \in I} P(B \cap A_k)$$

Une fois les relations trouvées, il ne reste qu'une étude de suite.

- Pour s'entraîner : DM6 Ex 2, DS3 (exercice commun)

Méthode 5.3. Pour déterminer la probabilité d'une intersection d'événements qui ne sont pas indépendants (par exemple la probabilité de Mathilde ne fasse que de la brasse) on peut utiliser la formule des probabilités composées

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P_{A_1}(A_2) \dots P_{A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}}(A_n)$$

- Pour s'entraîner : DM6 Ex2 la dernière question.

Méthode 5.4. Si l'on connaît $P_A(B)$, $P(A)$ et $P(B)$ (ou que l'on peut calculer les trois), on peut calculer $P_B(A)$ par la formule de Bayes

$$P_B(A) = \frac{P(A)}{P(B)} P_A(B)$$

- Pour s'entraîner : TD8 Ex 15, Ex 19, 25

5.2 Cas d'indépendance

Méthode 5.5. • Deux évènements sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

- Des évènements (A_k) sont deux à deux indépendants si $P(A_i \cap A_j) = P(A_i) \times P(A_j)$ pour tout $i \neq j$.
- Des évènements (A_k) sont mutuellement indépendants si

$$P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_n}) = P(A_{i_1}) \times P(A_{i_2}) \times \dots \times P(A_{i_n})$$

quelque soit la taille de l'intersection. C'est le cas par exemple lors de tirage successif avec remise : l'expérience ne change pas au fur et à mesure.

Méthode 5.6. Dans le cas de famille d'évènements indépendants, la formule des probabilités composées n'est plus utile. On a directement $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

- TD8 ex 14

6 Des exercices types mélangeant plusieurs domaines

- Probabilités, suites et matrices : DS3
- Suites et fonctions dérivables, utilisation de l'inégalité des accroissements finis : TD10 ex 20
- Suites et Intégrales : Si l'on a une intégrale définie avec un paramètre n , on peut en général trouver une relation entre I_{n+1} et I_n à l'aide d'une intégration par partie : cf Chapitre 11 partie 5 ou TD11 ex 10, 11, 14, 15