
Devoir maison 1 pour le 19/09/2025

Exercice 1.

Considérons la suite u définie par

$$u_0 = 0 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$$

1. Montrer par récurrence que u_n est bien défini et positif pour tout $n \in \mathbb{N}$.
2. (a) Déterminer les deux solutions α et β de l'équation $x = \frac{2x+3}{x+4}$. On impose $\alpha > \beta$
(b) Vérifier que la suite (v_n) de terme général $v_n = \frac{u_n - \alpha}{u_n - \beta}$ est géométrique.
3. En déduire une expression de u_n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2.

Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définir pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 &= 1 \\ u_{n+1} &= u_n - 2n^3 \end{cases}$. On cherche à déterminer une expression explicite simplifiée du terme général u_n de cette suite.

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, déterminer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n
2. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $\sum_{k=0}^{n-1} u_{k+1} - u_k$ de deux manières différentes.
3. En déduire l'expression de u_n en fonction de n .