
Devoir maison 5 pour le 28/11/2025

Exercice 1. (D'après EML 2017 ECE)

On considère la fonction $f :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ définie, pour tout x de $]0; +\infty[$, par :

$$f(x) = e^x - e \ln(x).$$

On admet les encadrements numériques suivants :

$$2,7 > e < 2,8 \quad 7,3 < e^2 < 7,4 \quad 0,6 < \ln(2) < 0,7.$$

1. (a) Montrer que f est continue et dérivable sur $]0; +\infty[$ et calculer, pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x)$.
(b) Dresser le tableau de variations de f' . Préciser $f'(1)$.
2. Dresser le tableau de variations de f .
3. Etudier les variations de la fonction $u :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f'(x) - x$
4. En déduire que l'équation $f'(x) = x$, d'inconnue $x \in]0; +\infty[$, admet une solution et une seule, notée α , et montrer : $1 < \alpha < 2$.

Exercice 2.

Dans une pièce, il y a deux tables. La première dispose de 3 chaises, numérotées de 1 à 3, la seconde dispose de 4 chaises, numérotées de 1 à 4. Sept personnes entrent. Combien y-a-t-il de possibilités de les distribuer autour de ces deux tables ?

Devoir maison 5 pour le 28/11/2025

Exercice 3. (D'après EML 2017 ECE)

On considère la fonction $f :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ définie, pour tout x de $]0; +\infty[$, par :

$$f(x) = e^x - e \ln(x).$$

On admet les encadrements numériques suivants :

$$2,7 > e < 2,8 \quad 7,3 < e^2 < 7,4 \quad 0,6 < \ln(2) < 0,7.$$

1. (a) Montrer que f est continue et dérivable sur $]0; +\infty[$ et calculer, pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x)$.
(b) Dresser le tableau de variations de f' . Préciser $f'(1)$.
2. Dresser le tableau de variations de f .
3. Etudier les variations de la fonction $u :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto f'(x) - x$
4. En déduire que l'équation $f'(x) = x$, d'inconnue $x \in]0; +\infty[$, admet une solution et une seule, notée α , et montrer : $1 < \alpha < 2$.

Exercice 4.

Dans une pièce, il y a deux tables. La première dispose de 3 chaises, numérotées de 1 à 3, la seconde dispose de 4 chaises, numérotées de 1 à 4. Sept personnes entrent. Combien y-a-t-il de possibilités de les distribuer autour de ces deux tables ?