

Attendus en CPGE

Travail du cours	1
Méthode de travail	2
Lecture des preuves	3
Travail des exercices	4
Utilisation des livres	4
Travail des colles	5
Travail des DS et DM	5
Propreté	6
Brouillon	7
Compréhension des questions	7
Boîte à outils mentale	8

Les notions au programme en CPGE constituent des fondamentaux du monde scientifique actuel : algèbre linéaire, analyse, nombres complexes, probabilités, . . . Lors des deux années de CPGE, l'objectif est de vous faire progresser au maximum sur ce programme. Les cours sont plus rapides et plus denses qu'au lycée. L'organisation de la CPGE fournit un cadre de travail (TD, colles, DM, DS fréquents), mais une grande partie du travail vous appartient. Il faudra donc observer vos méthodes, les modifier lorsqu'elles ne donnent pas de résultats, et apprendre à travailler avec régularité.

La progression en mathématiques repose sur quatre éléments : **la connaissance du cours, sa compréhension, le raisonnement et la rédaction**. Les mathématiques sont cumulatives. Une notion mal comprise ou mal mémorisée aujourd'hui gênera l'étude des chapitres suivants. Il faut donc chercher à acquérir **un niveau minimal solide dans chaque chapitre** et à combler progressivement les lacunes anciennes, notamment en calcul littéral, en fonctions usuelles et en manipulation des égalités et inégalités.

La qualité du travail est plus importante que la quantité apparente. Deux heures passées à relire passivement, à surligner ou à recopier un cours ne valent pas nécessairement trente minutes pendant lesquelles vous essayez de restituer un énoncé sans le regarder, puis corrigez précisément vos erreurs. **Votre travail doit produire une action observable** : réciter, écrire, calculer, démontrer, expliquer ou résoudre.

Enfin, une note mesure une performance sur un sujet donné, à un instant donné. Elle ne mesure ni votre valeur personnelle, ni votre potentiel. Elle est utile si elle permet d'identifier ce qui est acquis, ce qui ne l'est pas encore, et la prochaine action à effectuer.

Travail du cours

Temps de travail

– Il faut commencer par se dégager **des moments réguliers pour travailler**. Une séance courte et réellement active est souvent plus utile qu'une longue séance irrégulière. Le nombre d'heures nécessaire varie selon les élèves, les semaines et les difficultés rencontrées. Il vaut mieux fixer des tâches précises que compter seulement les heures : « connaître les quatre définitions de la page 3 et refaire l'exemple 2 » est un objectif utilisable, alors que « travailler les suites » reste trop vague.

Vous pouvez organiser une séance de la façon suivante :

-
- commencer par une tâche courte et définie, afin d'entrer rapidement dans le travail ;
 - travailler pendant une durée où vous restez réellement concentré ;
 - faire une courte pause, puis reprendre avec une nouvelle tâche précise ;
 - terminer en notant ce qui est fait et la première tâche de la séance suivante.

Il n'existe pas de durée de travail et de pause qui convienne à tout le monde. Les formats 25 minutes/5 minutes ou 50 minutes/10 minutes peuvent aider à commencer, mais ils ne sont que des outils d'organisation. Adaptez-les à votre concentration et à la nature du travail.

Ne cherchez pas à gagner du temps sur le sommeil. Le sommeil participe à la consolidation des apprentissages et un manque de sommeil dégrade l'attention et le raisonnement. Il faut aussi conserver une alimentation correcte, une activité physique et des moments de repos. La CPGE demande un effort durable ; cet effort ne peut pas reposer sur un épuisement permanent.

Motivation

– La motivation aide à commencer, mais elle varie. Il faut donc surtout **préparer un environnement qui rend le travail facile à commencer**. Avant une séance, réunissez le cours, les exercices, le papier et le matériel nécessaire. Éloignez physiquement le téléphone et fermez les applications inutiles. Une distraction accessible demande un effort répété pour ne pas l'utiliser. Il est plus simple de la rendre inaccessible pendant la séance.

Si vous avez du mal à vous lancer, réduisez la première tâche : apprendre deux définitions, corriger une question, refaire un calcul. Une fois cette tâche terminée, enchaînez avec la suivante. Si vous travaillez en groupe, fixez d'abord une période silencieuse et un objectif commun. Le groupe est utile pour expliquer, comparer des raisonnements et demander de l'aide. Il devient inefficace lorsque la discussion remplace le travail personnel.

Mesurez votre travail avec des résultats simples : « je peux énoncer le théorème sans regarder », « je sais refaire cet exemple », « j'ai trouvé seul les deux premières questions ». Le sentiment d'avoir beaucoup travaillé est trompeur. Ce qui compte est ce que vous savez maintenant faire sans aide.

Méthode de travail

– Lire plusieurs fois une page donne une impression de familiarité, mais cette impression ne garantit pas que vous saurez retrouver son contenu le lendemain. Pour apprendre, il faut alterner **récupération en mémoire** et **vérification**. Les recherches sur l'apprentissage montrent que se tester et espacer les reprises sont, en moyenne, plus efficaces pour la mémorisation durable que relire plusieurs fois de suite ¹.

Travail d'une partie du cours :

1. Lire une petite partie du cours et repérer les définitions, propositions, méthodes et exemples.
2. Fermer ou cacher le cours. Restituer à l'oral ou à l'écrit les énoncés et expliquer le rôle de chaque objet. Pour un énoncé mathématique, préciser les hypothèses, la conclusion et les notations.
3. Rouvrir le cours et comparer. Corriger immédiatement les oublis, les hypothèses manquantes et les notations imprécises.
4. Fermer de nouveau le cours et refaire la restitution correcte. Il ne suffit pas de lire la correction : il faut produire une nouvelle réponse.
5. Reprendre la même partie plus tard, par exemple deux ou trois jours après, puis la semaine suivante. Une reprise espacée doit commencer sans le cours.

Cette méthode demande un effort, et cet effort est normal. Une réponse difficile à retrouver fournit une information utile sur ce qui n'est pas encore maîtrisé. Il faut néanmoins vérifier rapidement la réponse

1. J. Dunlosky, K. A. Rawson, E. J. Marsh, M. J. Nathan et D. T. Willingham, « Improving Students' Learning With Effective Learning Techniques », *Psychological Science in the Public Interest*, 2013, DOI. N. J. Cepeda, H. Pashler, E. Vul, J. T. Wixted et D. Rohrer, « Distributed Practice in Verbal Recall Tasks : A Review and Quantitative Synthesis », *Psychological Bulletin*, 2006, DOI.

afin de ne pas répéter une erreur.

– Les **définitions**, les **énoncés des résultats** et les **méthodes importantes** doivent être connus avec précision. Les quantificateurs, les hypothèses, les domaines de définition et les conclusions ne sont pas des détails. En revanche, le commentaire qui accompagne un résultat doit surtout être compris et reformulé avec vos propres mots.

Une fiche n'est utile que si elle vous fait gagner du temps par la suite. Recopier le cours, décorer une fiche ou refaire une synthèse déjà fournie prend du temps sans garantir l'apprentissage. Si vous réalisez une fiche, limitez-la à ce que vous confondez souvent : une hypothèse oubliée, une méthode en quelques étapes, une erreur typique. Puis cachez-la et testez-vous. **La fiche est un support de vérification, pas le travail lui-même.**

- Les exemples du cours font partie du cours. Pour une méthode importante, procédez ainsi :
 - lire l'exemple entièrement rédigé et identifier l'objectif de chaque étape ;
 - cacher la solution et la refaire avec les mêmes données ;
 - traiter ensuite un exercice très proche ;
 - enfin, traiter un exercice où la méthode n'est pas annoncée.

Les exemples résolus sont particulièrement utiles lorsqu'une notion est nouvelle ou difficile. Il faut ensuite retirer progressivement l'aide pour arriver à une résolution autonome ².

– Un échange avec un camarade peut être très efficace si vous devez **expliquer** une définition, une méthode ou une solution. L'interlocuteur doit pouvoir interrompre et demander : « Pourquoi cette hypothèse est-elle vérifiée ? », « Quel résultat utilises-tu ? », « Comment obtiens-tu cette égalité ? ». Si vous ne pouvez pas répondre, vous avez identifié un point à retravailler. Demandez ensuite de l'aide à l'enseignant si le blocage persiste.

Lecture des preuves

– Une preuve est une suite de phrases mathématiques qui part d'hypothèses précises et conduit à une conclusion. Elle montre comment les objets du chapitre sont utilisés et fournit des modèles de raisonnement et de rédaction. L'objectif n'est pas toujours de mémoriser chaque ligne, mais de comprendre l'organisation de la preuve et de savoir en reproduire les étapes importantes.

Travail d'une preuve :

1. Identifier clairement les hypothèses et la conclusion.
2. Lire la preuve ligne par ligne. À chaque étape, demander quel résultat est utilisé et pourquoi ses hypothèses sont vérifiées.
3. Repérer le **squelette** de la preuve : récurrence, raisonnement par l'absurde, double inclusion, disjonction de cas, introduction d'un objet auxiliaire, ajout et soustraction d'une même quantité, . . .
4. Fermer le cours et écrire ce squelette en quelques lignes.
5. Reconstituer la preuve sans chercher à reproduire mot pour mot le texte du cours. Vérifier ensuite les notations, les calculs et la rédaction.

Par exemple, pour une suite arithmético-géométrique, le squelette peut être : chercher un point fixe, soustraire ce point fixe, reconnaître une suite géométrique, puis revenir à la suite initiale. Pour l'unicité d'une limite, il peut être : supposer deux limites distinctes, choisir des voisinages disjoints et obtenir une contradiction.

Lorsqu'une étape reste obscure, écrivez précisément la question. « Je ne comprends rien » est difficile à traiter ; « je ne vois pas pourquoi on peut diviser par a » ou « je ne sais pas où la continuité est utilisée » permet d'obtenir une réponse utile.

2. R. K. Atkinson, S. J. Derry, A. Renkl et D. Wortham, « Learning from Examples : Instructional Principles from the Worked Examples Research », *Review of Educational Research*, 2000, DOI.

Travail des exercices

– Un exercice sert à transformer le cours en savoir-faire. Pour progresser, il faut chercher sans correction pendant un temps raisonnable, puis utiliser l'aide de façon limitée. Lire directement une solution entraîne surtout à reconnaître une solution déjà écrite.

Méthode de travail d'un exercice :

1. Lire l'énoncé et traduire la question sous forme mathématique. Écrire les données, ce qui est demandé et les objets définis.
2. Identifier le chapitre concerné, puis les définitions et résultats dont les hypothèses ressemblent aux données de l'énoncé.
3. Chercher réellement. Écrire au brouillon les calculs, les cas simples, les résultats déjà obtenus et les tentatives infructueuses.
4. En cas de blocage, relire les questions précédentes, vérifier les hypothèses non utilisées et essayer un exemple simple. Si cela ne suffit pas, consulter une indication ou le début d'une solution plutôt que la correction entière.
5. Après avoir lu une aide, fermer la correction et terminer l'exercice. Puis rédiger proprement la solution.
6. Noter la cause principale de la difficulté : cours inconnu, résultat non reconnu, calcul mal maîtrisé, idée manquante, mauvaise lecture ou rédaction insuffisante.
7. Refaire l'exercice plus tard sans correction. Un exercice compris en le lisant n'est pas nécessairement un exercice que vous savez refaire.

– Les hypothèses d'un exercice ont en général un rôle. Si l'énoncé indique que f est continue, que $n \geq 2$, que $x \in]0, +\infty[$ ou que $a_n \neq 0$, demandez-vous où cette information peut intervenir. De même, dans un problème, les résultats des questions précédentes sont disponibles. L'expression « En déduire » signale ce lien, mais le lien existe souvent sans être annoncé.

– Lorsque vous ne voyez pas pourquoi une affirmation est vraie, prenez des exemples simples : $n = 0, 1, 2$, $a = 0, 1, -1$, $P(X) = 1, X, X^2$, une matrice diagonale ou triangulaire, une suite constante ou géométrique. Un exemple ne démontre pas le résultat général, mais il peut faire apparaître la bonne propriété. Cherchez ensuite à transformer l'observation en preuve.

– Pour un exercice traité en classe, conservez une solution propre. Puis réduisez cette solution à quelques étapes : « définir $v_n = u_n - \ell$; montrer que (v_n) est géométrique ; exprimer v_n ; revenir à u_n ». Deux ou trois jours plus tard, reprenez seulement l'énoncé et essayez de reconstruire la solution. Cette reprise espacée permet de distinguer une solution familière d'une méthode réellement maîtrisée.

Il est utile de mélanger, lors d'une même séance, quelques exercices de chapitres différents. Vous devez alors reconnaître vous-même la méthode à employer. Commencez cependant par des exercices regroupés lorsqu'une technique est nouvelle, puis mélangez les thèmes lorsque les bases sont acquises.

Utilisation des livres

– Un livre peut compléter le cours, fournir un autre exemple ou proposer des exercices supplémentaires. Il faut cependant en utiliser **un petit nombre**. Accumuler des ouvrages et des ressources numériques ne crée aucune maîtrise. Choisissez un livre pour répondre à un besoin précis : revoir un prérequis, trouver des exercices simples, obtenir davantage d'exemples ou préparer un concours.

Avant d'acheter un ouvrage, consultez plusieurs pages : les notations sont-elles compatibles avec le cours ?

Les solutions sont-elles assez détaillées ? Le niveau est-il adapté ? Le livre distingue-t-il clairement le programme et les compléments ? Les bibliothèques et les anciens élèves permettent souvent d'essayer ou d'emprunter un ouvrage avant de l'acheter.

Travailler un livre demande d'écrire. Pour une partie choisie, fixez un objectif, lisez avec un crayon, refaites les calculs et traitez quelques exercices. Si une démonstration ou une solution n'est pas comprise, localisez l'étape précise qui pose problème. Ne lisez pas des dizaines de pages en espérant qu'une compréhension vague se transforme seule en savoir-faire.

Les vidéos et les ressources en ligne peuvent débloquer une difficulté ponctuelle. Elles deviennent peu efficaces si elles remplacent la restitution du cours et la recherche d'exercices. Après une vidéo, fermez-la et écrivez ce que vous avez retenu, puis appliquez-le à une question. Sans cette phase active, vous avez surtout suivi une explication.

Travail des colles

– La colle est une évaluation orale, mais aussi un moment d'apprentissage privilégié. Elle donne une échéance à laquelle le programme de colle doit être mémorisé et compris. Elle permet à un enseignant d'observer votre façon de restituer le cours, de chercher, de calculer et de vous exprimer.

Préparation du cours de colle :

1. Dès la distribution du programme, lire toutes les questions et repérer les points non maîtrisés.
2. Chaque jour, choisir quelques questions. Essayer d'y répondre sans document, à l'oral et avec les notations nécessaires au tableau ou sur une feuille.
3. Vérifier immédiatement dans le cours, corriger, puis recommencer la réponse correcte.
4. Reprendre plus souvent les questions ratées et espacer progressivement les questions réussies.
5. La veille, effectuer une restitution d'ensemble plutôt qu'une longue première lecture.

Cette organisation reprend le principe de récupération espacée : une question sue n'est pas abandonnée, elle est revue plus tard ; une question non sue revient rapidement³.

– Pendant la colle, soyez actif. Annoncez ce que vous cherchez, définissez les objets avant de les utiliser et écrivez les étapes importantes. Si une tentative échoue, expliquez ce qu'elle devait produire et pourquoi elle ne suffit pas. Le colleur peut alors comprendre votre raisonnement et vous donner une indication adaptée.

La colle entraîne aussi l'expression orale : volume de voix, phrases complètes, rythme, organisation du tableau et dialogue avec l'examineur. Entraînez-vous à présenter une définition ou un raisonnement en regardant votre interlocuteur, puis à revenir au tableau pour écrire les éléments techniques. Après la colle, notez une réussite et un point à travailler la semaine suivante.

Travail des DS et DM

– Un DS évalue la connaissance du cours, la capacité à reconnaître une méthode, le raisonnement, le calcul et la rédaction dans un temps limité. Sa préparation doit donc contenir ces différentes activités. Relire tout le cours la veille ne suffit pas.

Avant le DS :

- reprendre les capacités et les résultats centraux de chaque chapitre, puis se tester sans le cours ;
- refaire quelques questions de cours et exercices classiques sans correction ;

3. C. A. Rowland, « The Effect of Testing Versus Restudy on Retention : A Meta-Analytic Review of the Testing Effect », *Psychological Bulletin*, 2014, DOI.

-
- revoir les erreurs des interrogations, colles et TD ;
 - si le temps le permet, traiter une partie d'un ancien sujet en temps limité ;
 - arriver reposé. Une nuit écourtée pour une dernière révision fragilise l'attention et la mémoire dont vous aurez besoin pendant l'épreuve⁴.

Pour un DM, cherchez d'abord comme en DS, sans correction et pendant un temps défini. Vous pouvez ensuite utiliser le cours, un livre ou une indication. La copie rendue doit être comprise : vous devez pouvoir expliquer chaque ligne et refaire les calculs.

Après le DS :

1. Lire les remarques générales et les annotations de la copie. La note indique une performance ponctuelle ; les remarques indiquent ce qui peut être amélioré.
2. Placer côte à côte le sujet, votre copie et le corrigé. Pour chaque question importante perdue, déterminer ce que vous aviez compris, ce qui était attendu et l'endroit précis où votre réponse a cessé d'être correcte.
3. Classer l'erreur : cours non su, question mal comprise, méthode non reconnue, calcul, manque de justification, rédaction ou gestion du temps. Écrire une action courte pour la corriger.
4. Deux ou trois jours plus tard, refaire sans correction quelques questions représentatives. Reprendre encore les plus importantes une ou deux semaines après. Le retour du professeur devient utile lorsqu'il conduit à une nouvelle tentative⁵.

Gestion du temps

– Au début de l'épreuve, parcourez rapidement tout le sujet. Repérez les thèmes, la longueur des parties et les questions qui semblent indépendantes. Cette lecture donne une carte du sujet. Elle ne doit pas devenir une recherche détaillée de toutes les questions faciles.

Commencez ensuite un exercice et avancez de manière suivie. Consultez régulièrement une montre. Si vous êtes bloqué, fixez une limite : après quelques minutes sans nouvelle idée ni calcul utile, laissez un espace, signalez la question sur le sujet et passez à la suivante. Un blocage n'est pas un jugement sur votre niveau. C'est une situation à gérer.

Les pauses doivent rester très courtes : boire, respirer, relire le plan de travail. L'objectif est de conserver de l'attention pendant toute l'épreuve. Les DS servent aussi à construire cette endurance. Après chaque DS, observez à quel moment vous avez ralenti et combien de temps vous avez consacré aux blocages. Vous pourrez alors ajuster votre stratégie au DS suivant.

Évitez le grapillage désordonné. Une copie composée de réponses éparpillées dans tout le sujet est difficile à suivre et vous fait perdre le fil des exercices. En revanche, il est raisonnable de passer une question qui bloque lorsque les questions suivantes restent accessibles.

Propreté

– Le correcteur doit pouvoir comprendre votre copie sans deviner. Indiquez clairement l'exercice et la question, écrivez lisiblement, aérez les changements d'idée et mettez en valeur les résultats. Barrez proprement une erreur d'un trait. Une présentation sobre est plus utile que des couleurs nombreuses.

La rédaction doit définir les objets avant de les utiliser, annoncer les résultats employés et vérifier leurs hypothèses. Écrivez les implications et les équivalences avec soin. Quelques mots suffisent souvent : « Comme f est continue sur $[a, b]$, le théorème des valeurs intermédiaires s'applique », « Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a », « En dérivant, on obtient ».

Une suite de calculs sans phrase ne permet pas toujours de savoir ce qui est démontré. Inversement,

4. B. Rasch et J. Born, « About Sleep's Role in Memory », *Physiological Reviews*, 2013, DOI.

5. J. Hattie et H. Timperley, « The Power of Feedback », *Review of Educational Research*, 2007, DOI.

de longues phrases ne remplacent pas les égalités nécessaires. Cherchez une rédaction où chaque ligne a une fonction : définir, calculer, justifier ou conclure. Relisez enfin les notations et les accords les plus visibles. La propreté ne sauve pas une réponse fausse, mais une rédaction confuse peut faire perdre les points d'une réponse juste.

Brouillon

– Le brouillon sert à décharger la mémoire de travail et à rendre visibles les données, les calculs et les tentatives. Utilisez-le pour :

- traduire une question et lister les hypothèses ;
- faire un schéma, calculer quelques valeurs ou développer une expression ;
- écrire le plan d'une démonstration et les résultats du cours à vérifier ;
- conserver une idée pour y revenir plus tard.

Le brouillon n'est pas une première copie complète. Trouvez-y les étapes difficiles, puis rédigez directement au propre les transitions simples. Recopier une page entière fait perdre du temps et crée une nouvelle occasion d'introduire une erreur.

Organisez sommairement les feuilles : un espace par exercice, un numéro de question et un résultat entouré lorsque vous devez le reporter. Le brouillon peut être raturé, mais vous devez encore pouvoir retrouver ce que vous avez calculé.

Compréhension des questions

– Avant de chercher, identifiez le verbe de la question : *calculer, montrer, déterminer, justifier, en déduire*. Puis traduisez la propriété demandée. Pour montrer qu'une fonction f définie sur un intervalle I est croissante, il faut par exemple établir que, pour tous $x, y \in I$ t.q. $x \leq y$, on a $f(x) \leq f(y)$, ou utiliser un critère du cours dont les hypothèses sont vérifiées.

Soulignez les données réellement utiles et les objets nouveaux. Si une phrase est longue, séparez-la en conditions. Demandez-vous enfin quelle forme doit avoir la réponse : une valeur, une égalité, une existence, une unicité, une convergence ou une phrase de conclusion.

Lecture du sujet

– La lecture initiale doit rester rapide. Pour chaque exercice, repérez les objets étudiés, les chapitres concernés et le but annoncé par les dernières questions. Marquez les parties qui semblent indépendantes. Une question ultérieure peut aussi révéler la forme d'un résultat intermédiaire.

Lorsque vous commencez un exercice, relisez en détail la partie concernée. La première lecture donne une vue d'ensemble ; la seconde sert à extraire les informations précises. Cochez les questions traitées et signalez celles auxquelles vous souhaitez revenir.

Questions qui s'enchaînent

– Dans un problème, une question prépare souvent la suivante. Avant de chercher une nouvelle question, relisez les résultats obtenus et comparez-les à ce qui est demandé. Les notations introduites, une identité démontrée ou une majoration obtenue sont rarement isolées.

Si vous n'avez pas réussi une question, vous pouvez parfois admettre son résultat et continuer. Écrivez clairement : « En utilisant le résultat de la question 2, on obtient... ». Un problème n'est pas nécessairement perdu parce qu'une étape manque. En revanche, les exercices distincts sont indépendants : un résultat démontré dans un exercice ne peut pas être utilisé dans un autre sans être de nouveau justifié.

Boîte à outils mentale

– Devant une question, il faut choisir parmi de nombreux résultats et raisonnements. La **boîte à outils mentale** consiste à organiser ces possibilités pour ne pas chercher au hasard. Elle se construit avec le travail du cours et des exercices.

Principe :

1. Traduire la question : quelles sont les données et la conclusion attendue ?
2. Ouvrir le « compartiment » du chapitre : définitions, théorèmes, méthodes et exemples classiques.
3. Éliminer les résultats dont les hypothèses ne peuvent pas être vérifiées ou dont la conclusion ne correspond pas au but.
4. Tester les quelques outils restants. Écrire ce qu'ils donnent, même si cela ne termine pas la question.
5. Si aucun outil direct ne convient, essayer un raisonnement général : récurrence, absurde, contraposée, double inclusion, disjonction de cas.
6. Examiner enfin des transformations fréquentes : ajouter et soustraire une même quantité, multiplier et diviser par une même quantité non nulle, télescoper, introduire un point fixe, étudier un cas simple.

Cette organisation ne garantit pas qu'une solution apparaîtra immédiatement. Elle vous permet cependant de produire des tentatives précises. Chaque tentative donne une information : une hypothèse manque, la conclusion obtenue est trop faible, un calcul suggère une factorisation, un exemple contredit une idée. C'est ainsi que l'intuition mathématique se développe.

– À l'oral, dites ce que vous essayez : « Je voudrais appliquer le théorème des valeurs intermédiaires ; je vérifie donc la continuité et les valeurs aux bornes ». Si l'outil ne convient pas, expliquez le point qui bloque. Cette présentation montre votre raisonnement et permet au colleur de fournir une indication utile.

– La boîte à outils doit rester mentale et utilisable. Une fiche immense qui classe toutes les méthodes devient un nouveau cours à apprendre. Pour la construire, utilisez plutôt les rappels de fin de chapitre, les exercices classiques et un court relevé personnel de vos erreurs récurrentes.