

# Exercices défis ECP (1)

## Exercice 1

Dans cet exercice, on donnera les réponses, le cas échéant, soit sous forme fractionnaire, soit sous forme décimale, au choix.

- Un serveur vocal reçoit 100 appels. On suppose que 5 % des appels reçus par le serveur concernent un produit A et 95 % des appels concernent un produit B.  
On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre d'appels concernant le produit A au cours des 100 appels reçus.
  - Donner la loi de  $X$ . On précisera  $X(\Omega)$  ainsi que  $P(X = k)$  pour  $k \in X(\Omega)$ .  
Une réponse argumentée est attendue.
  - Calculer  $E(X^2)$ .
- On suppose que chaque appel concernant le produit A permet un bénéfice de 95 € et chaque appel concernant le produit B permet un bénéfice de 5 €.  
On note  $Y$  le bénéfice total pour 100 appels.  
Exprimer  $Y$  en fonction de  $X$ . En déduire l'espérance et la variance de  $Y$ .

## Exercice 2

On donne  $p = 0,2$  et  $q = 1 - p$ .

Calculer :  $E_3 = \frac{1}{p}$ ,  $V_3 = \frac{1-p}{p^2}$ ,  $F_3 = E_3 + V_3^2$ ,  $E_4 = \frac{1}{q}$ ,  $V_4 = \frac{1-q}{q^2}$ ,  $F_4 = E_4 + V_4^2$ ,

$E_5 = 0,8E_3 + 0,2E_4$ ,  $F_5 = 0,8F_3 + 0,2F_4$  et enfin  $V_5 = F_5 - E_5^2$ .

## Exercice 3

Soit  $p \in ]0;1[$  et  $q = 1 - p$ .

Démontrer que :  $p^2 q^{-2} \left( \frac{1}{1-q^2} - 1 \right) = \frac{p}{1+q}$ .

## Exercice 4

Calculer  $\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_0^b t(e^{-t} - e^{-2t}) dt$ .