

Exercices défis ECP (3)

Exercice 1

On considère x et y deux réels positifs tels que $x < y$ et les quotients : $A = \frac{x}{x+1}$ et $B = \frac{y}{y+1}$.

Déterminer le signe de $A - B$.

Exercice 2

1. Démontrer que pour tous réels a , b et c on a : $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$.

2. Soient x , y et z des réels non nuls tels que : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$.

a) Montrer que $xy + yz + zx = 0$.

b) En déduire que le carré de la somme de ces trois nombres x , y et z est égal à la somme de leurs carrés. Vérifier avec $x = -2$, $y = 3$ et $z = 6$.

Exercice 3

1. On considère a et b deux nombres strictement positifs et m et h les nombres définis par :

$m = \frac{a+b}{2}$ et $h = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$. Démontrer que $m - h = \frac{(a-b)^2}{2(a+b)}$.

2. Factoriser :

a) $(x+1)^2 - (x+1)$. b) $(x+1)^2 - 2x - 2$. c) $(x+1)^2 - 4$.

d) $(x+1)^2 - x^2$. e) $x^{n+1} - x^n$. f) $(x+1)^2 - 4x$.

3. Calculer : $\frac{x}{x+2} + \frac{x}{x+1} - \frac{x^4}{x+2} - 2x \times \frac{2}{x}$.